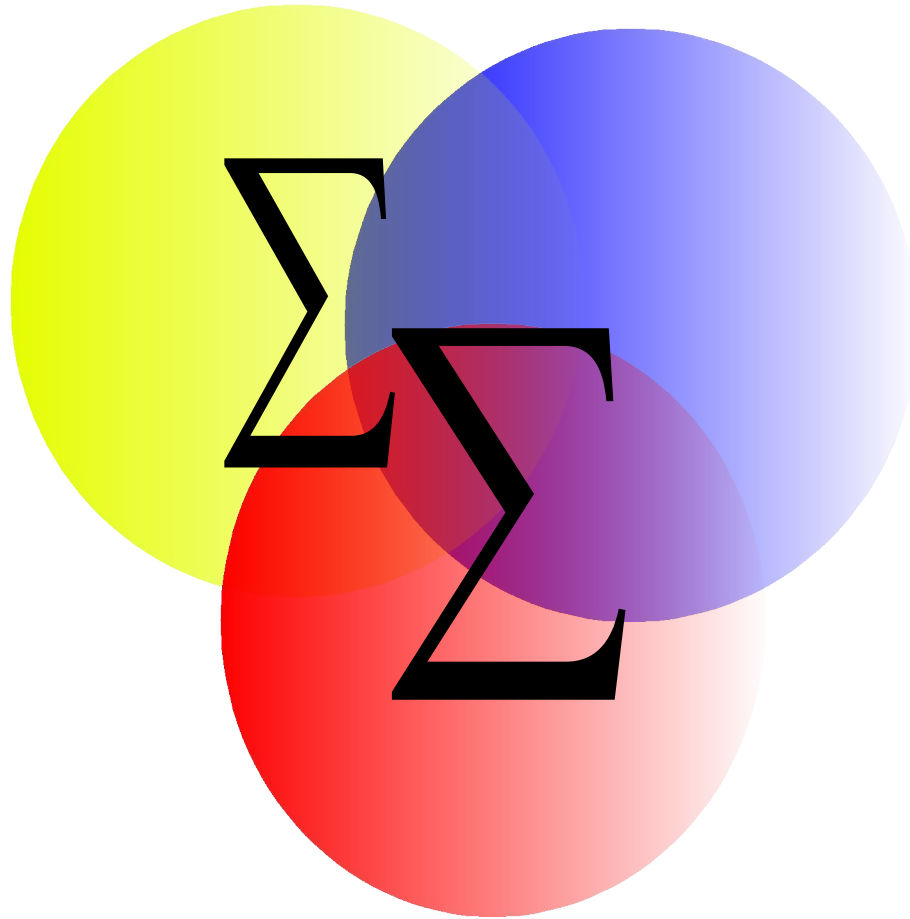


Farbmomente



Christoph Sommer
Seminar Inhaltsbasierte Bildsuche



Farbmomente

- Einleitung und Motivation
- Statistische Momente
- Geometrische Momente
- Macht der Momente
- Hu-Momente
- Orthogonale Basen für Momente
- Generalisierte Farbmomente
- Ergebnisse und Evaluierung



Einleitung und Motivation

- Momente beinhalten wichtige Bildinformationen
- Momente beschreiben die Farbe als auch die **Struktur** in einem Bild
- Momente sind in der Lage **globale** wie auch lokale Bildinformationen aufzunehmen
- Momente sind **bewährte** Instrumente in der Mustererkennung
- Momente sind **vielseitig** anwendbar
- Momente lassen sich (leicht) auf spezielle Probleme **anpassen**



Statistische Momente (1)

- Allgemeine Statistische Momente

$$M_k(r) = E((X - r)^k)$$

- Erwartungswert

$$M_1(0) = E(X) = \int x f(x) dx = \mu$$

- Varianz

$$M_2(\mu) = E((X - \mu)^2) = \int (x - \mu)^2 f(x) dx$$

- Schiefe (skewness)

$$s = \frac{M_3(\mu)}{\sigma^3}$$



Statistische Momente (2)

- Wölbung (kurtosis)

$$k = \frac{M_4(\mu)}{\sigma^4} - 3$$

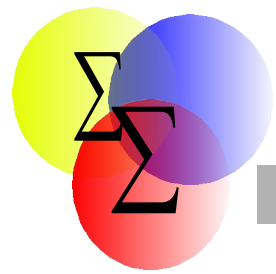
- Absolute Momente

$$M_k(r) = E(|X - r|^k)$$

- Beispiel: mit **Featurevektor**

$$\left[E(X), \text{VAR}(X), s, k \right]^T$$

pro Farbkanal im RGB



Ergebnisse für CBIR

1



0.947001



0.944412



0.943159



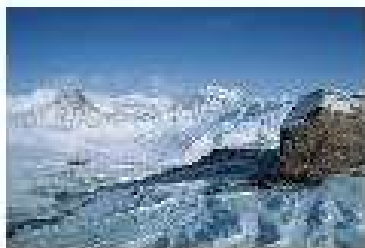
0.932213



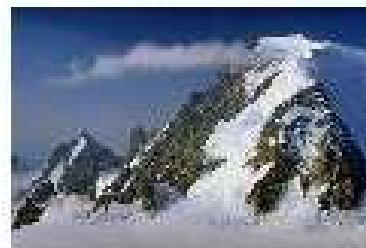
0.928752



0.924723



0.922788



0.922161





Anwendung

- Vorteile
 - ✓ Invariant gegenüber zyklischer Translation
 - ✓ Sehr **leicht** und schnell zu berechnen
 - ✓ Globale Ähnlichkeit
- Nachteile
 - × Keine weiteren Invarianten
 - × Nicht robust gegen Beleuchtungsveränderungen
 - × Strukturen fallen nicht ins Gewicht



Geometrische Momente

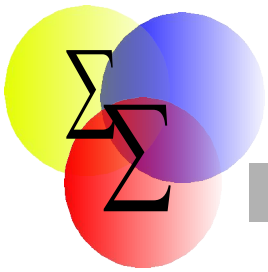
- Definition

Sei $I(x, y)$ eine kontinuierliche Bildfunktion Dann sind die geometrischen Momente von Grad $p+q$ definiert durch:

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q I(x, y) dx dy$$

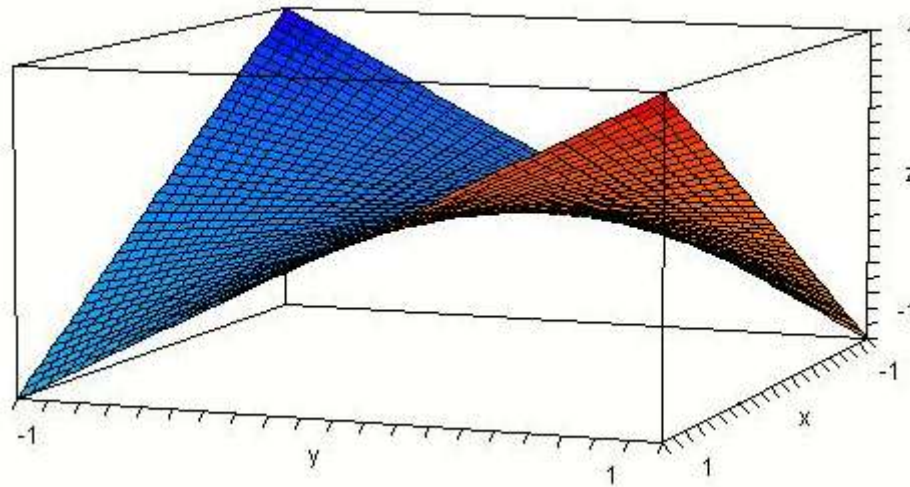
Man nennt diese Momente auch kartesische Momente, da sie Bildinformationen bezüglich der **Achsen** wiedergeben.

- Die geometrischen Momente so besitzen **keine Invarianzeigenschaften**



Geometrische Momente (2)

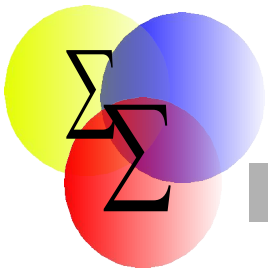
- Wie kann man sich diese Formel vorstellen?
Als Filter (Mit einer 'Moment'-Maske)
- Betrachte $x^1 y^1$, $x, y \in [-1, 1]$



Näherungsweise für
3x3 Bild/Maske

1	0	-1
0	0	0
-1	0	1

$$m_{11} = \sum \left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{purple} & \text{green} \\ \hline \text{brown} & \text{blue} & \text{olive} \\ \hline \text{yellow} & \text{red} & \text{light yellow} \\ \hline \end{array} \cdot * \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \right)$$



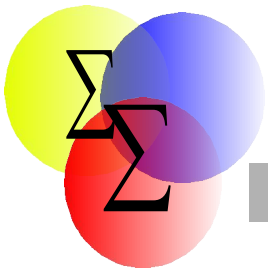
Geometrische Momente (2)

- Filter Masken für die Momente bis Grad 2

$$m_{00} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad m_{10} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad m_{01} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad m_{20} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad m_{02} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Die **Achsen** der Maske sind auf $[-1,1]$ **normiert**.
 - Grad 1: Kantenreaktion
- Anwendung: Momente zum Segmentieren von Texturmerkmalen [M.Tuc. (ECRC)]



Geometrische Momente (3)

- Gesucht: Momente die Invariant sind bzgl.:

- Translation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + t$$

- Skalierung

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Rotation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

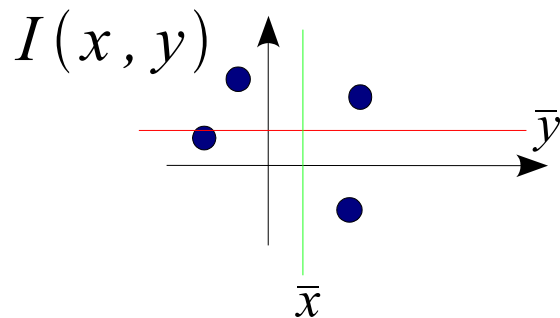
Zentrale geometrische Momente

- Definition

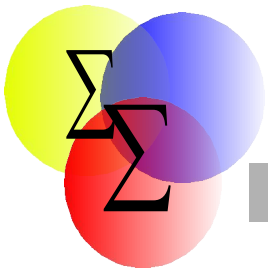
$$\mu_{pq} = \int \int (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q I(x, y) dx dy$$

wobei $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$, $\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$ die sog. **Massenzentren** (COM) in x bzw. y Richtung sind. m_{00} heißt die **totale Masse** von $I(x, y)$

- Beispiel (Binärbild)

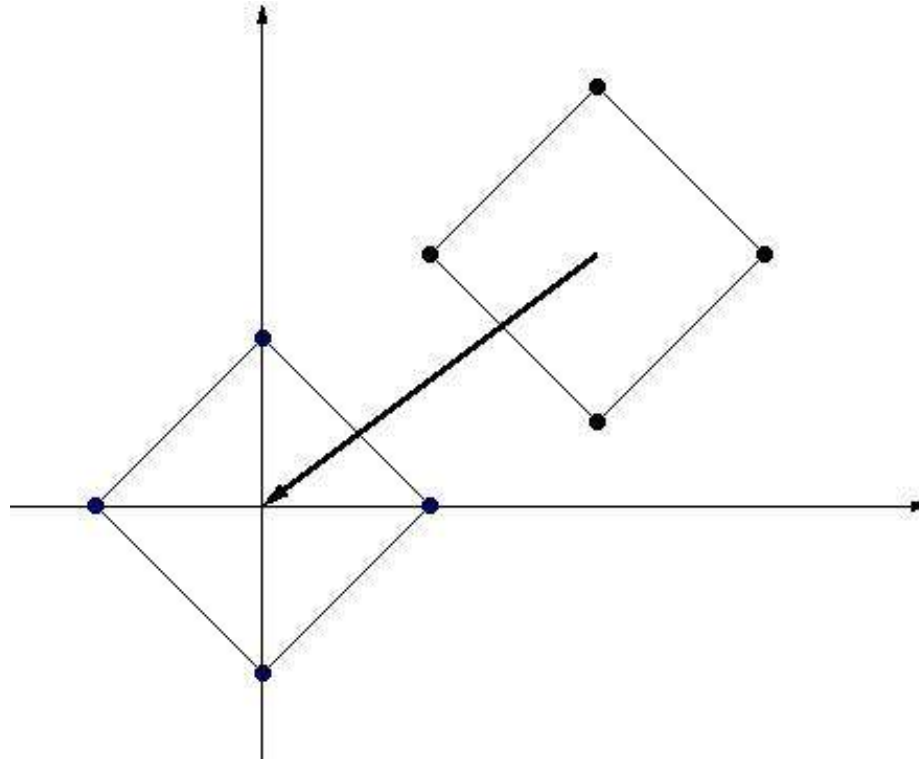


Die totale Masse entspricht der Anzahl der Pixel gleich 1

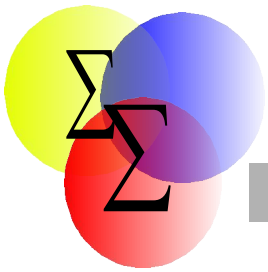


Zentrale geometrische Momente (2)

- ✓ Zentrale Momente sind **Translationsinvariant**



- Bilder werden auf ihr **COM** zentriert



Normalisierte zentrale Momente

- Definition

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\gamma}}, \quad \gamma = \frac{p+q+2}{2}$$

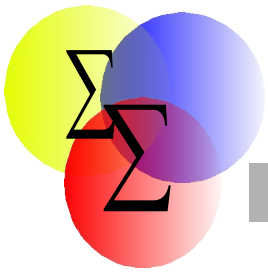
- Hier werden die zentralen Momente auf ihr totale Masse **skaliert**.
- ✓ Die Normalisierten zentralen Momente sind **Skalierungsinvariant**. Betrachte dazu

$$\mu'_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{a^{(p+q+2)}}, \quad \eta_{pq} = \frac{\mu'_{pq}}{\mu'_{00}{}^{\gamma}}$$



Anwendungen (geometrische Momente)

- Mammographie Auswertung
- Klassifikation von Blut Zellen
- Vorteile
 - ✓ Skalierungs- und Translationsinvarianz
 - ✓ Lage sowie die Exzentrizität von Flächen leicht bestimmbar über $\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}}$
- Nachteile
 - × Wichtige Invarianzeigenschaften fehlen
 - × Nur sehr speziell einsetzbar (Flächige, rundliche Objekte)



Diskretisierung für digitale Bilder

- Für digitale Bilder kann das Moment durch folgendes **approximiert** werden

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q I(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} x^p y^q I(x, y)$$

wobei N_x , N_y die Größe des Bildes in x bzw. y Richtung ist

- Entsprechendes gilt für die **zentralen** und **normalisierten Momente**
- Oft ist es in der Praxis sinnvoll die Achsen des Bildes auf $[-1,1]$ zu **normieren**.

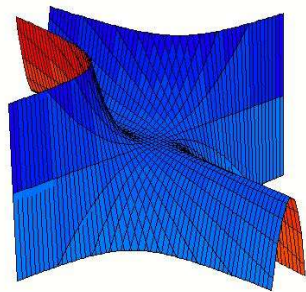


Diskretisierung für digitale Bilder (2)

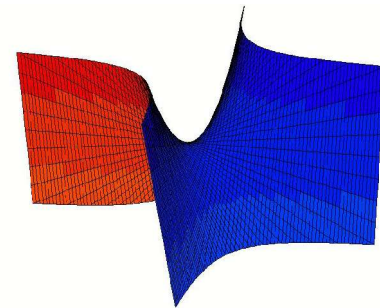
- Die gezeigten Invarianzeigenschaften sind auch nur noch näherungsweise vorhanden.
- Der **Approximationsfehler** steigt
 - Durch geringere Auflösung
 - Mit dem **Grad der Momente**

Macht der Momente

- **Projektion** des Bildes f auf Monome im \mathbb{R}^2



$$x^2 y$$



$$x y$$

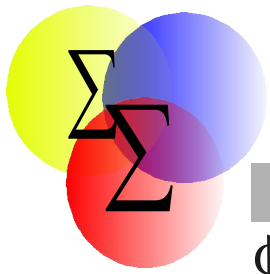
$$m_{pq} = \int_{\Omega} x^p y^q f(x, y)$$

- **Satz**
Die unendliche Menge $\{m_{pq} \mid p, q = 1, 2, \dots\}$ bestimmt **eindeutig** $f(x, y)$ und umgekehrt.



Hu Momente

- Bisher konnten wir Momente formulieren, die Invariant bzgl. Translation und Skalierung sind.
- Durch nichtlineare Kombination von normalisierten geometrischen Momenten kann man einen Satz von Invarianten bzgl. Translation, Skalierung und **Rotation** angeben.
- Herleitung mittels der Theorie von algebraischen Invarianten. [Hu 62]



Hu Momente

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

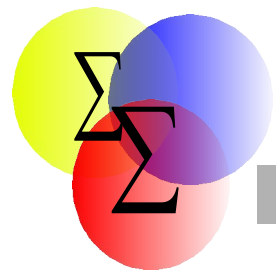
$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$\begin{aligned} \phi_5 = & (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{12} + \eta_{30}) \left[(\eta_{12} + \eta_{30})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \\ & + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03}) \left[3(\eta_{12} + \eta_{30})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_6 = & (\eta_{20} - \eta_{02}) \left[(\eta_{12} + \eta_{30})^2 - (\eta_{21} - \eta_{03})^2 \right] \\ & + 4\eta_{11}(\eta_{12} + \eta_{30})(\eta_{21} + \eta_{03}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_7 = & (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{12} + \eta_{30}) \left[(\eta_{12} + \eta_{30})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \\ & + (3\eta_{12} - \eta_{30})(\eta_{21} + \eta_{03}) \left[3(\eta_{12} + \eta_{30})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] \end{aligned}$$



Hu Momente (Beispiel)

1



0.99755



0.99719



0.996221



0.995836



0.993197



0.981948



0.973936



0.956952



0.9497

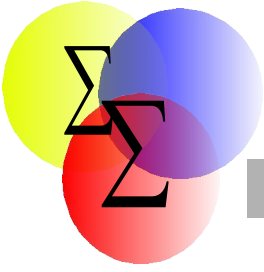


0.944582



0.872146





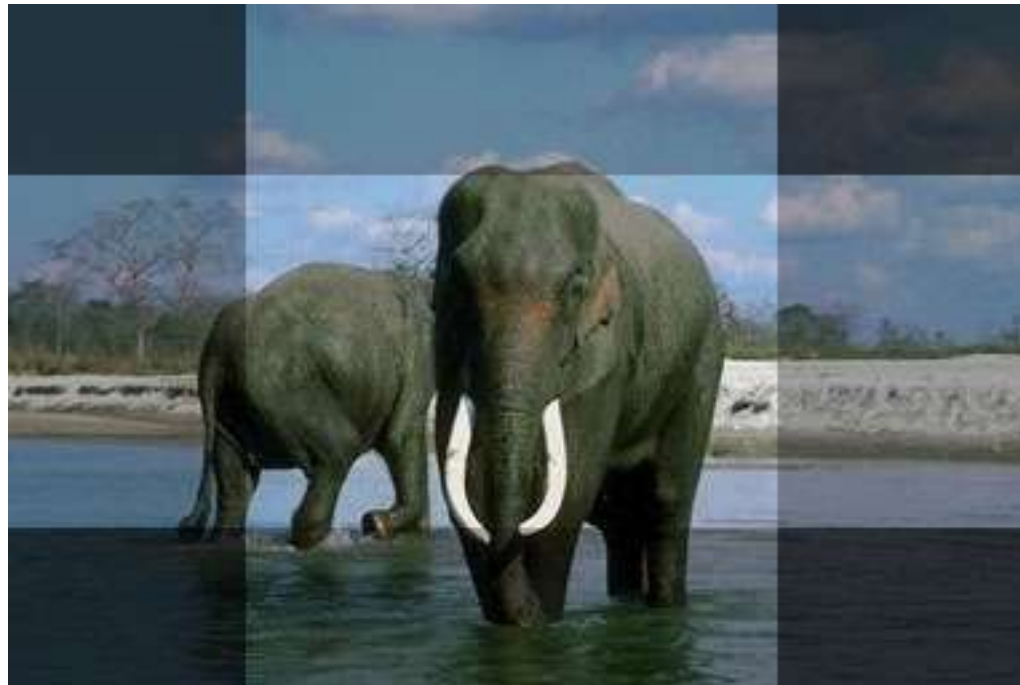
Anwendungen (Hu Momente)

- OCR
- Einfachere Mustererkennung
- Vorteile
 - ✓ Gute Invarianzeigenschaften
 - ✓ Robust gegen Rauschen
 - ✓ Recht Robust gegen affine Transformationen
- Nachteile
 - x Keine Beleuchtungsinvarianz
 - x Oft ist Vorsegmentierung von Objekten nötig
 - x Hu Momente sind nicht besonders stabil



Hu Momente für Bildregionen

- Idee: Feste Fokussierung auf Bildzentrum durch Gewichtung der Hu Momente für Bildausschnitte





Orthogonale Basen für Momente

- Da die Monome eine **nicht orthogonale** Basis darstellen, ist eine Projektion darauf **redundant**. (d. h. vom Informationsgrad her nicht optimal)
- Man braucht höhere Grade um Bildinformationen zu extrahieren (schwierig)
- Die Bildrekonstruktion aus den Momenten ist schwieriger
 - Suche nach orthogonalen **Basen** für die Momentberechnung

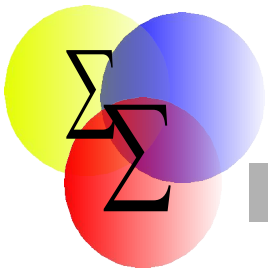


Zernike Momente

- Eine Mögliche Wahl einer orthogonalen Basis für die Momente sind die **Zernike Polynome**
- Die Zernike Momente ergeben sich dann aus

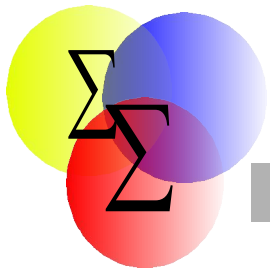
$$A_{pq} = \frac{p+1}{\pi} \sum_i I(x, y) V_{pq}^*(r, \varphi) \quad , x^2 + y^2 \leq 1$$

wobei $V_{pq}(r, \varphi)$ die komplexen Zernike Polynome darstellen.



Zernike Momente (2)

- Vorteile
 - ✓ Man erreicht auch **Lageinvariants**
 - ✓ Bessere Ausnützung der Informationen im Bild
 - ✓ Robuster gegen Rausch als Hu Momente
 - ✓ Erweiterbar auf **Beleuchtungsinvarianz**
 - ✓ Viele Ableger (Pseudo-Zernike Momente)
- Nachteile
 - × Sehr **rechenaufwendig**
 - × Nur ein Kreisausschnitt wird berücksichtigt



Generalisierte Farbmomente

- Hier werden die Farbkanäle in einem geometrischen Moment kombiniert [Mindru]

$$M_{pq}^{abc} = \int_{\Omega} [R(x, y)]^a [G(x, y)]^b [B(x, y)]^c x^p y^q$$

- Aus diesen generalisierten Farbmomenten können viele verschiedene **Invarianten** formuliert werden. Insbesondere gegen **Beleuchtungsveränderungen**.
- Geometrische Veränderungen können auch hier behandelt werden.



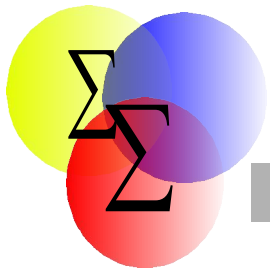
Generalisierte Farbmomente (2)

- Es existieren Invarianten gegen kombinierte Transformationen z. B. GPD
 - Diagonale Beleuchtungstransformation

$$\begin{bmatrix} R' \\ G' \\ B' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} s_R & 0 & 0 \\ 0 & s_g & 0 \\ 0 & 0 & s_B \end{pmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

- Affine geometrische Transformation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + t, \det(A) \neq 0$$



Anwendungen (Farbmomente)

- Mustererkennung für Farbbilder unter verschiedenen Perspektiven und Beleuchtungen
- Vorteile
 - ✓ Mehr Invarianten mit kleinem Grad als bei Grauwertbetrachtung
 - ✓ Beschreiben Farbverteilung und Struktur in einem
 - ✓ Beschreiben Korrelationen zwischen Farbkanälen
- Nachteile
 - × Sehr spezialisiert auf die Transformationen

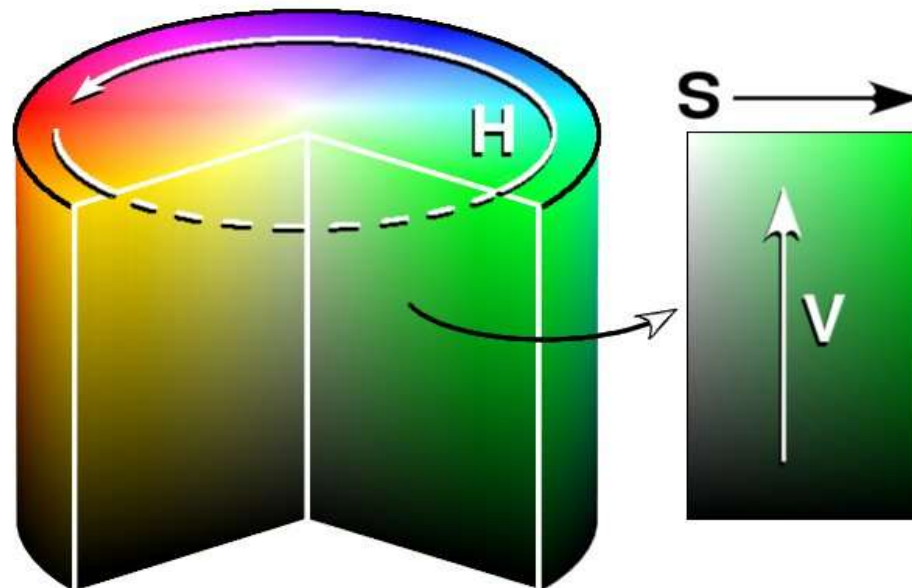


Implementierung

- ✓ Statistische Momente
- ✓ Hu Momente
 - Hu für feste Zentrumsfokussierung
- ✓ Satz von 13 Normalisierten Farbmomenten
 - GPD Invarianten (mit Farbmomenten)
 - Alle zusammen zeugen gute Ergebnisse
- Folgende Farbräume wurden verwendet
 - **RGB / HSV / LAB / (YIQ)**

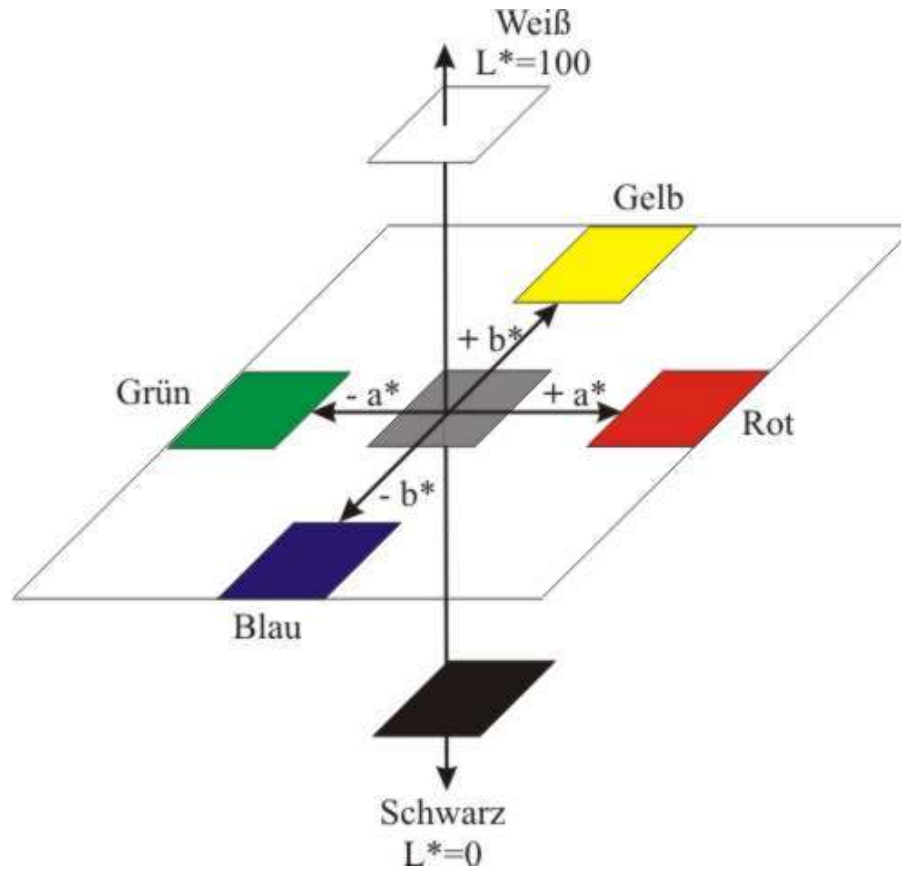
HSV

- Farbe, Sättigung und Helligkeit



L*a*b*

- Codierung von Luminanz und Farbbalancen



Ergebnisse (Statistische Momente RGB)

1



0.94373



0.93047



0.929682



0.891568



0.88205



0.880774



0.871801



0.864255



Ergebnisse (Statistische Momente HSV)

1



0.923126



0.904672



0.889768



0.884167



0.88361



0.88332



0.883284



0.883238

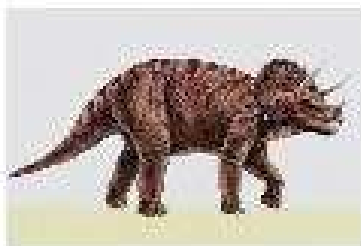


Ergebnisse (Dino Wanderung)

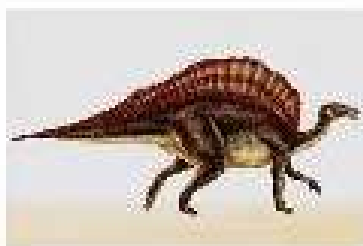


Ergebnisse (Dino Weight Watcher)

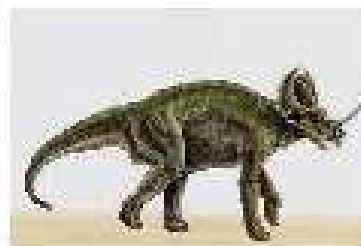
1



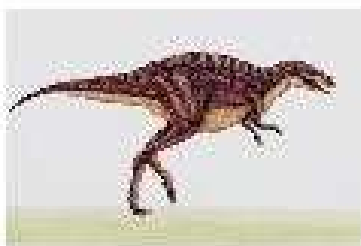
0.843982



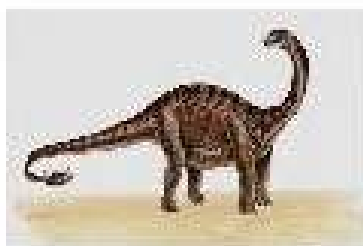
0.838178



0.805131



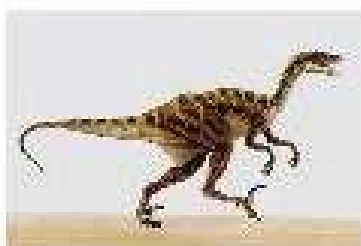
0.796381



0.784746



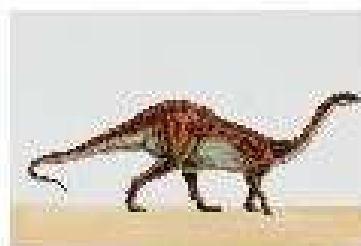
0.780577



0.780294



0.780154



Ergebnisse (Dino Weight Watcher 2)

1



0.836526



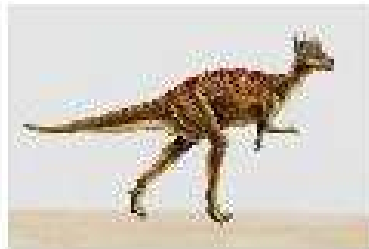
0.829406



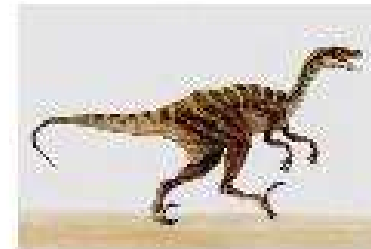
0.825937



0.824787



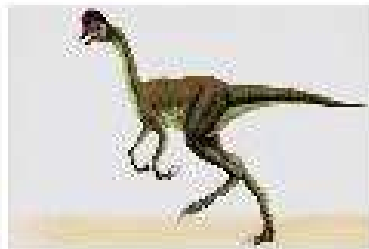
0.815738



0.810919

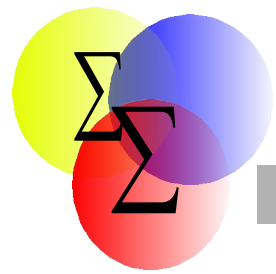


0.787549



0.785203





Ergebnisse (Hu auf Segmente)

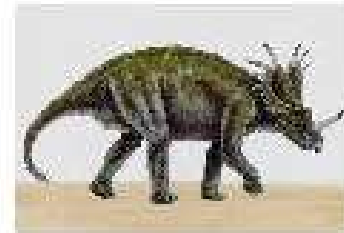
1



0.976338



0.974193



0.974118



0.973048



0.971936



0.971727

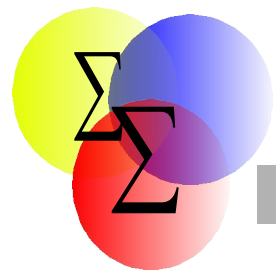


0.971554



0.971048





Ergebnisse (Hu auf Segmente 2)

1



0.952807



0.94982



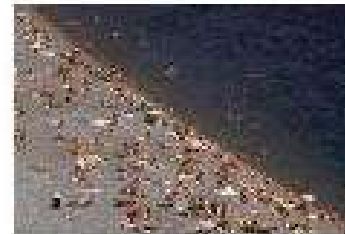
0.94341



0.939485



0.939202



0.936951



0.934151



0.933912



Ergebnisse (Hu ohne Segmente)

1



0.96461



0.964247



0.96352



0.963341



0.961755



0.959386

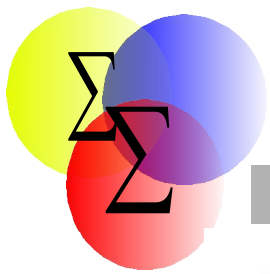


0.958946



0.955882





Ergebnisse (Hu mit Segmente)

0.994607



0.979771



0.979738



0.979651



0.979416



0.978796



0.978601

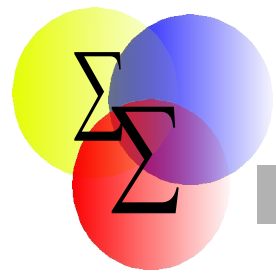


0.97816



0.97683





Ergebnisse (SIMBA)



0.982825



0.703650



0.701275



0.696725



0.685775



0.682925



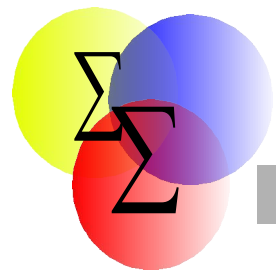
0.660525



0.657100



0.647500



Ergebnisse (Momente)

1



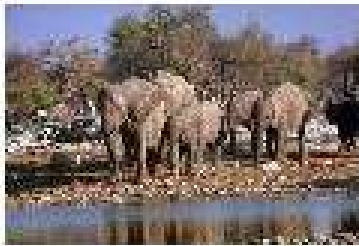
0.827036



0.81703



0.809935



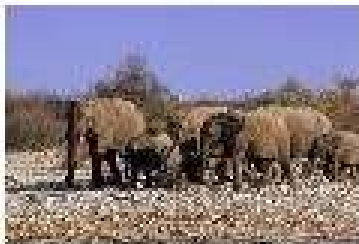
0.805827



0.804176



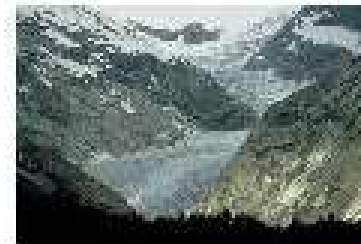
0.80401



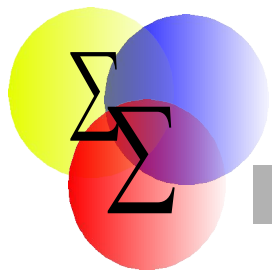
0.801812



0.80051



Ergebnisse (SIMBA)



0.981675



0.486225



0.448750



0.448025



0.441825



0.429475



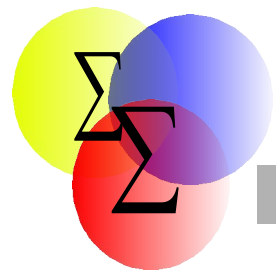
0.415975



0.414175



0.409825



Ergebnisse (Momente)

1



0.826279



0.808948



0.806412



0.806399



0.806371



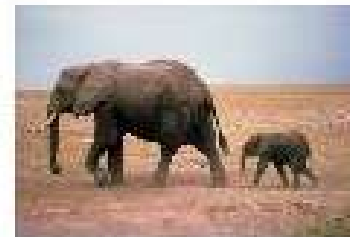
0.805246

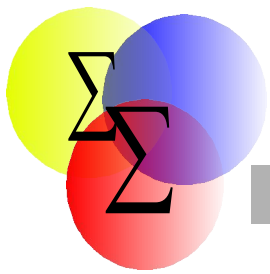


0.804024



0.801015





Evaluierung (Momente) 819

1



0.798301



0.798107



0.795534



0.791016



0.790787



0.790566



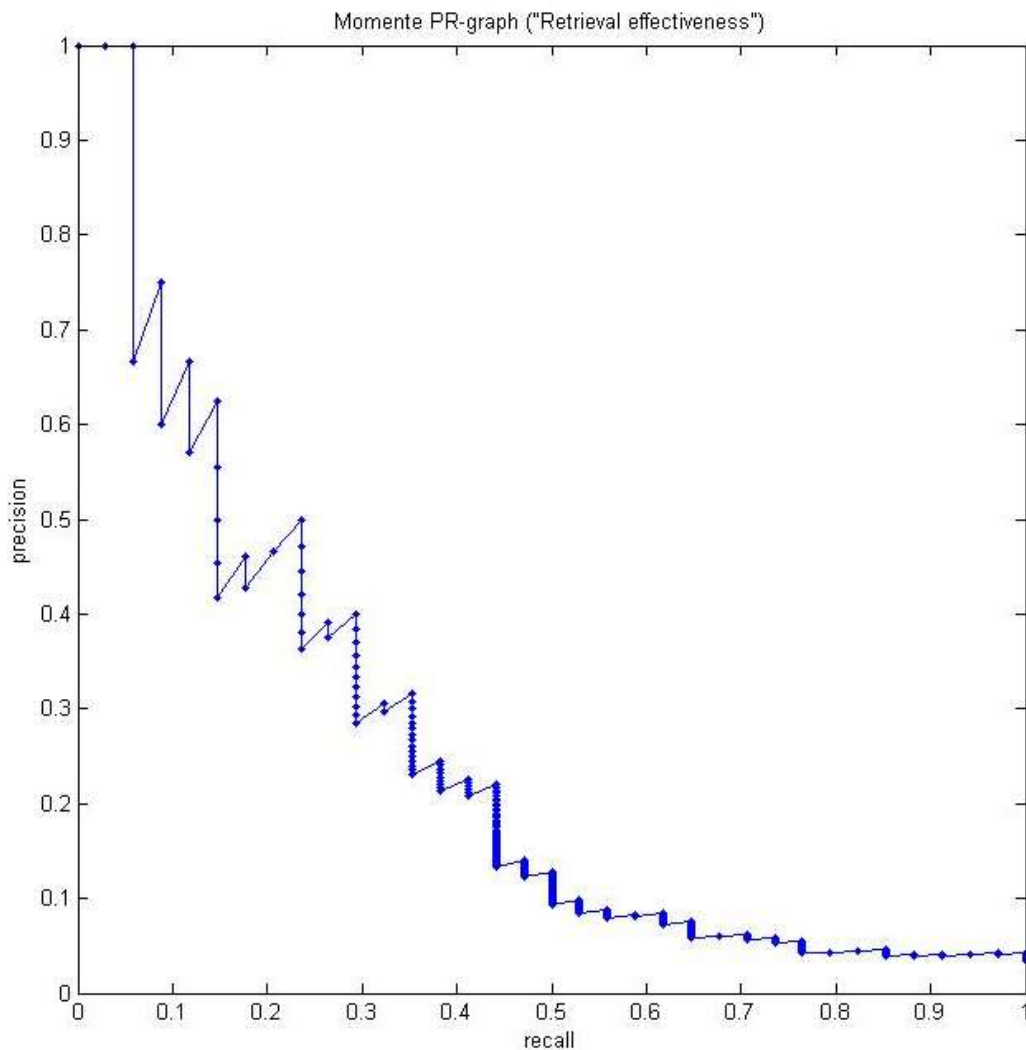
0.788853



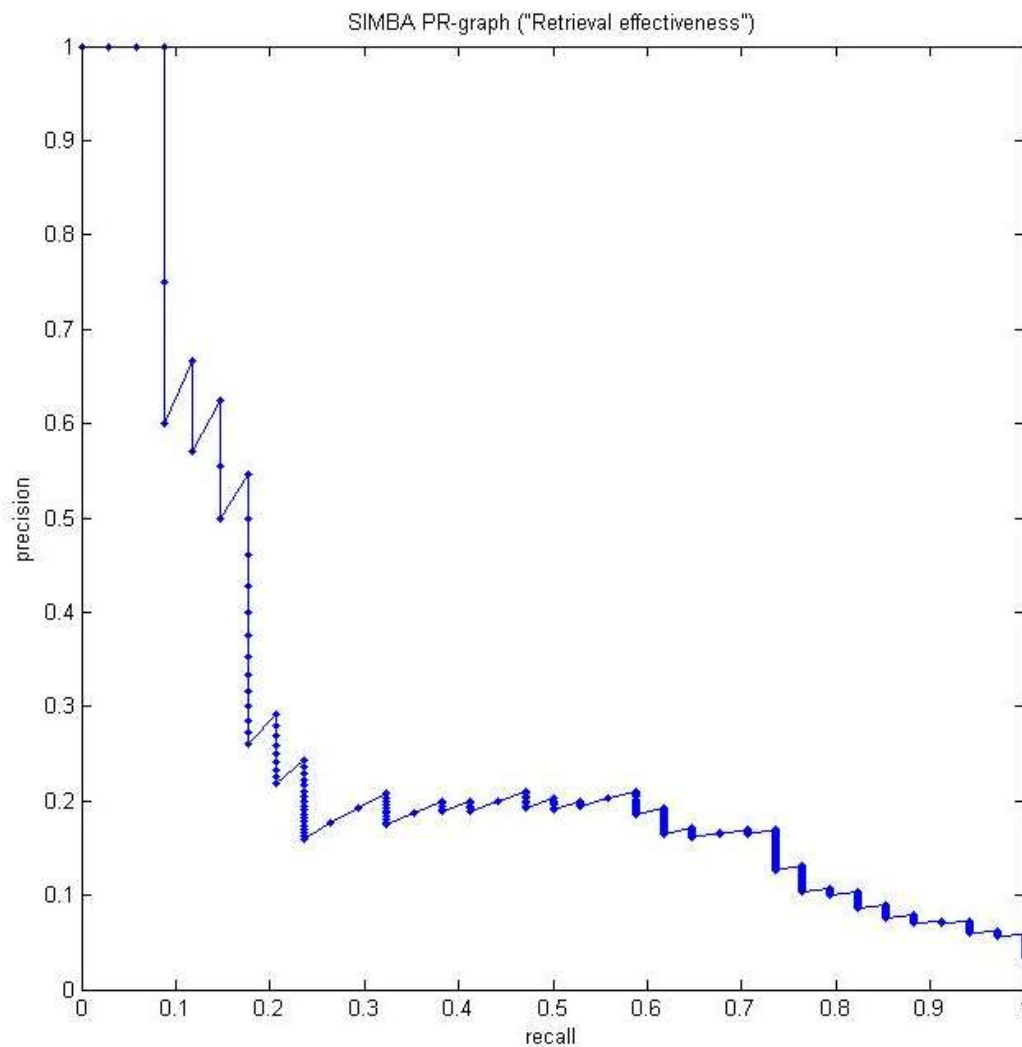
0.781676

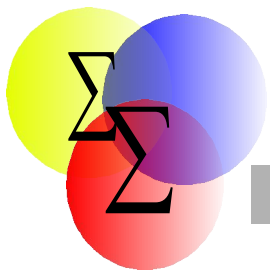


Evaluierung (Momente PR-Graph) 819



Evaluierung (SIMBA PR-Graph) 819





Evaluierung (Momente) 701

1



0.863833



0.862179



0.846436



0.842043



0.836905



0.836783



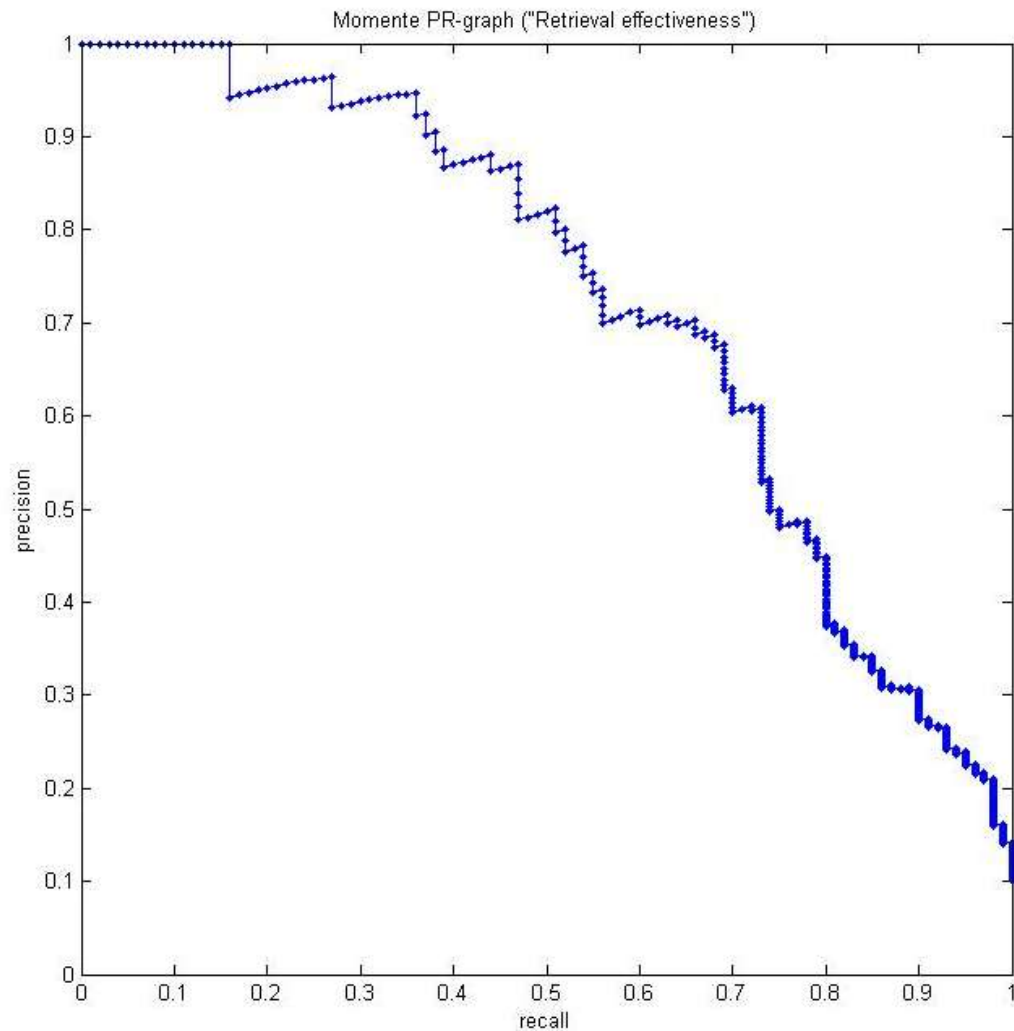
0.832336



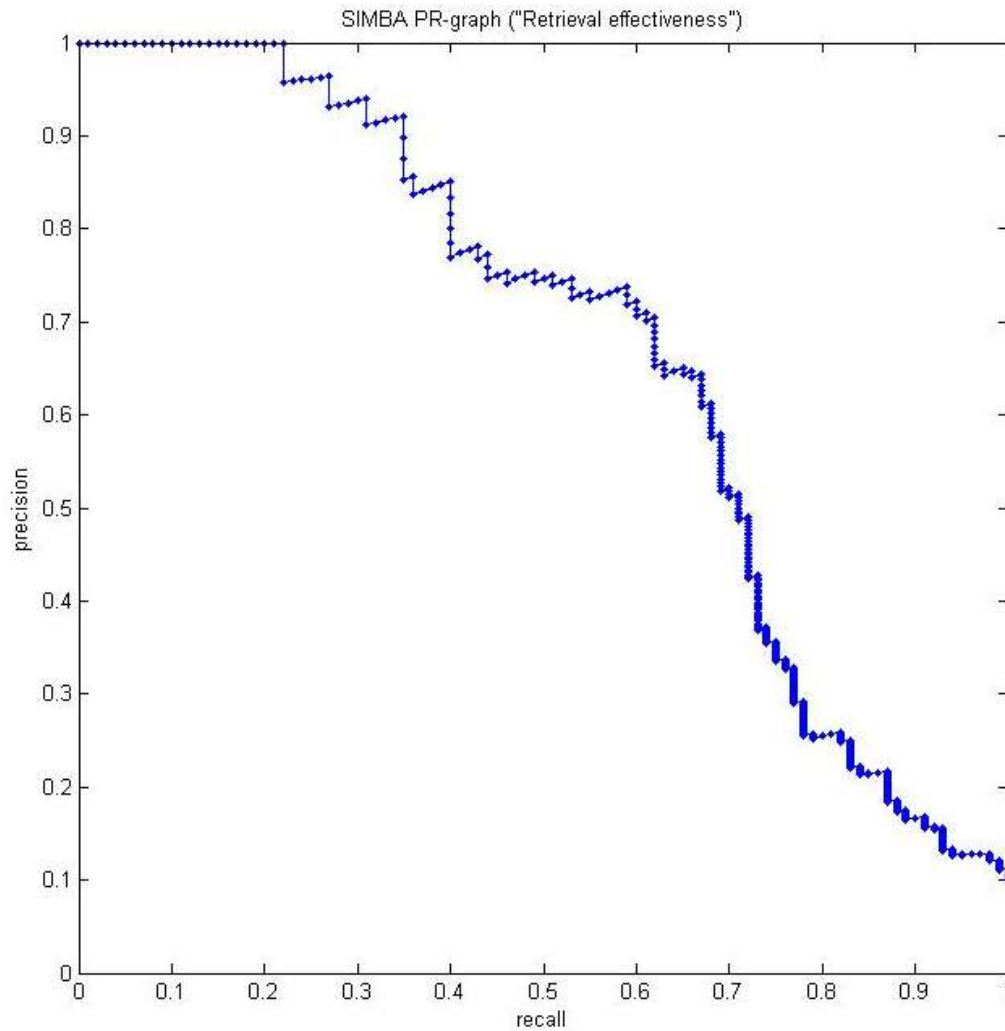
0.827662

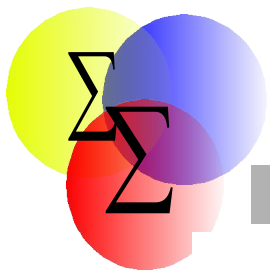


Evaluierung (Momente PR-Graph) 701



Evaluierung (SIMBA PR-Graph) 701





Evaluierung (Momente) 641

1



0.865963



0.864596



0.86194



0.853471



0.841612



0.810229



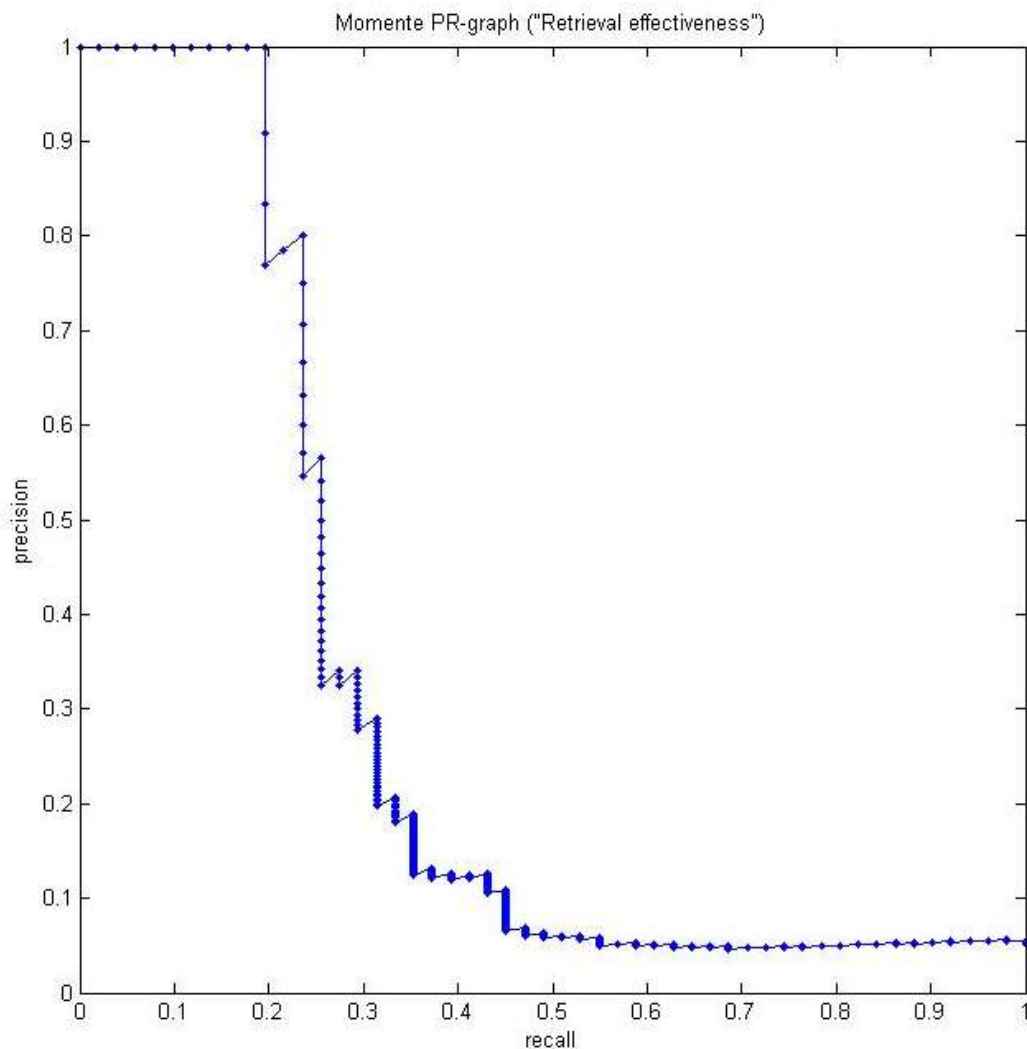
0.800498

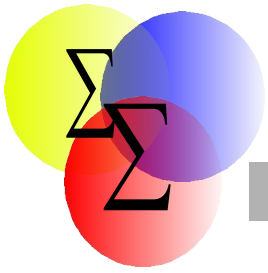


0.771665

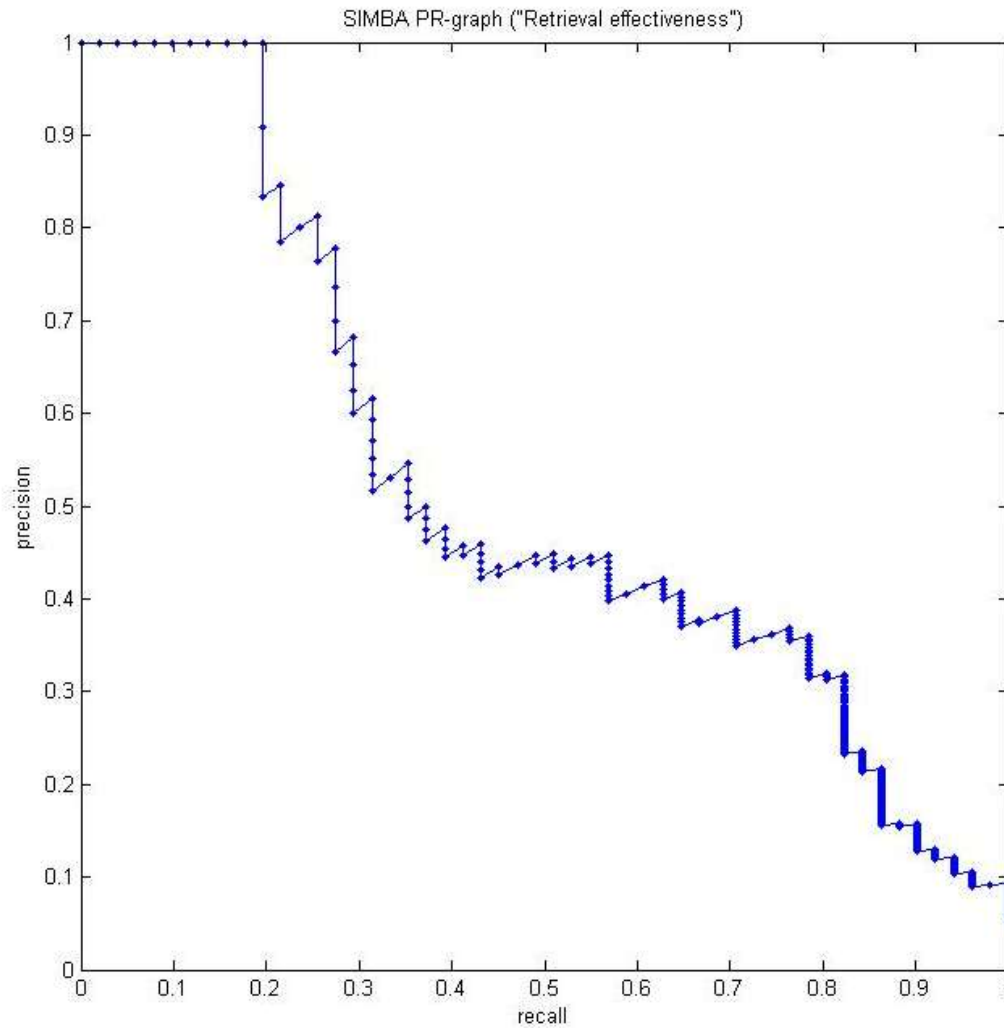


Evaluierung (Momente PR-Graph) 641

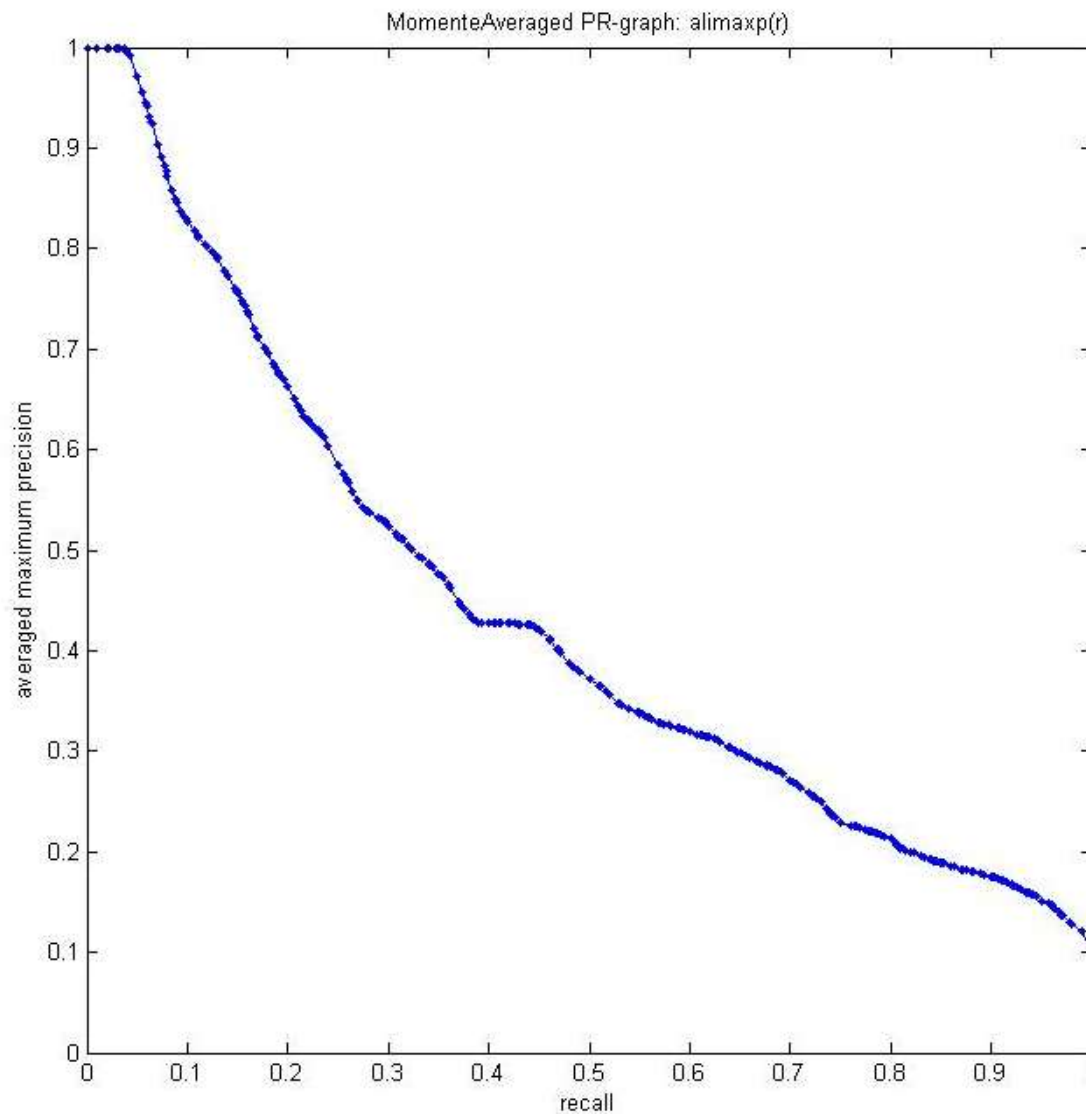




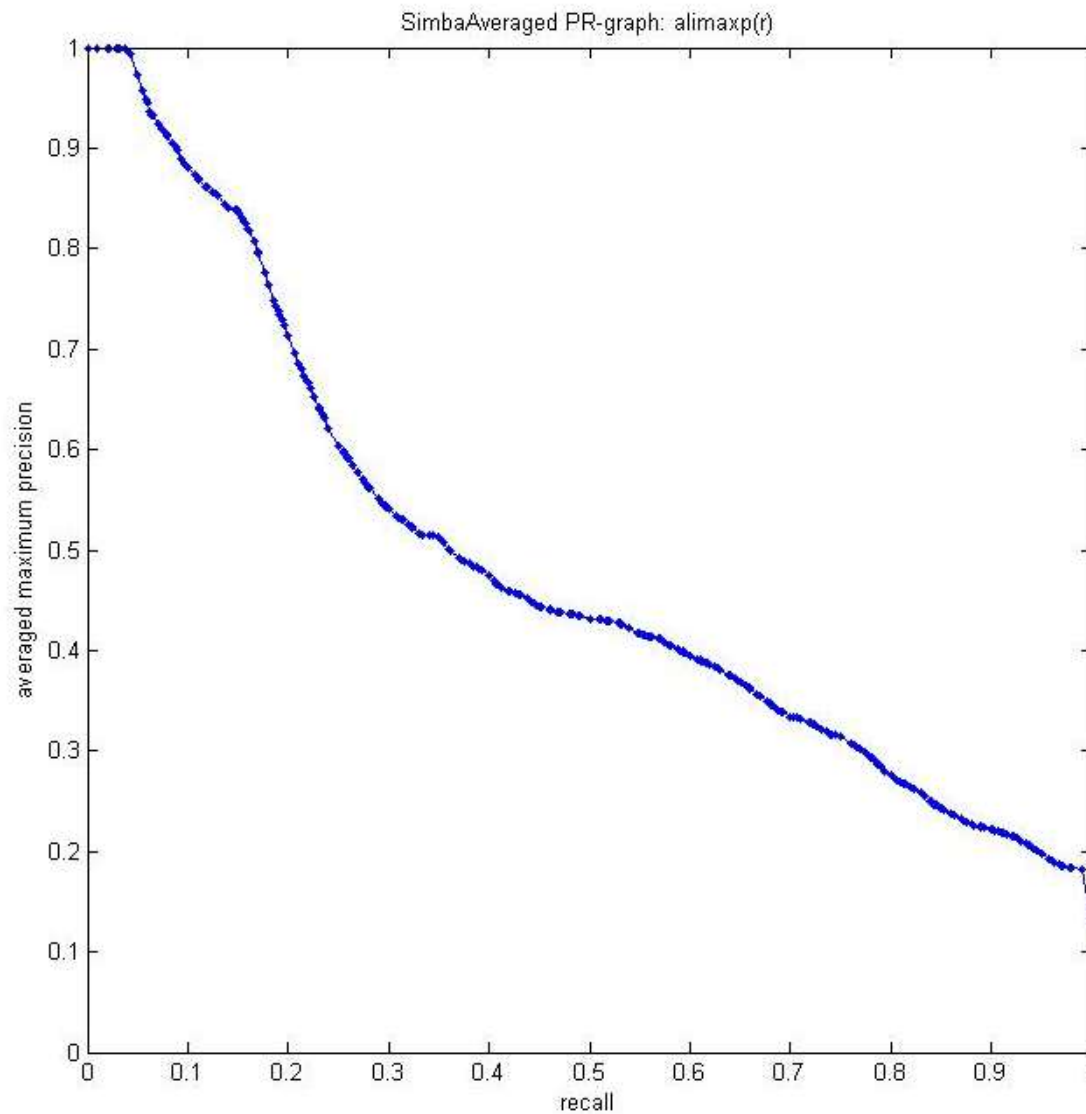
Evaluierung (SIMBA PR-Graph) 641



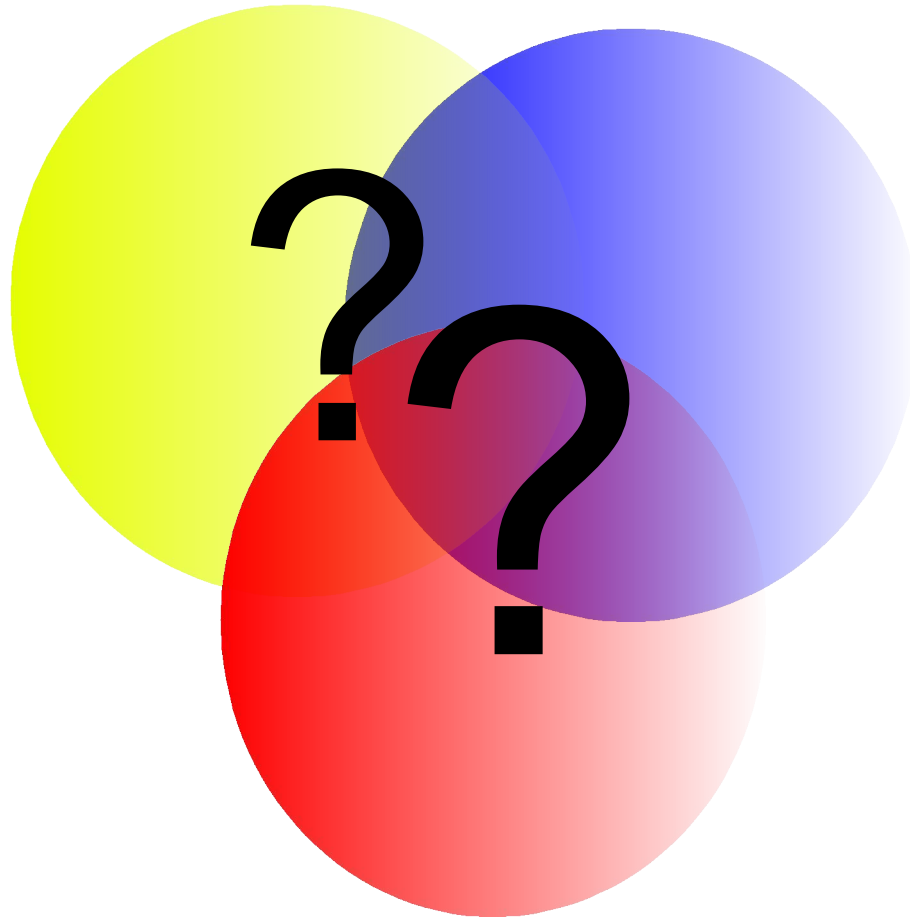
Evaluierung (Momente) Gesamt



Evaluierung (SIMBA) Gesamt



Fragen?



Christoph Sommer
Seminar Inhaltsbasierte Bildsuche