

# Algorithms for digital Signal- and Image Processing I

Prof. Dr.-Ing H. Burkhardt

Lehrstuhl für Mustererkennung und  
Bildverarbeitung

Institut für Informatik

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

1. Lecture Notes from two students on our webpage (Skript) Jürgen Wolf & Rudolph Triebel
2. Exercises: Henrik Skibbe
3. MATLAB-Toolbox

# Content

1. Introduction
  - History, areas of application, problem formulation, complexity
2. Representation of signals and images in vector spaces
  - linear vector spaces, projection theorem, best approximation and pseudoinverse, Hilbert space, generalized fourier theory, isomorphic mappings in vector spaces
3. Signal- and image transformations
  - Fourier, Walsh, Karhunen-Loeve, Cosine, general 2D-transformations with separable kernels
4. Methods for image coding, JPEG-standard
5. Fast algorithms
6. Signal- and image filtering and correlation
7. Wavelets

# MAJOR

## „Computer Graphics and Image Processing“

Prof. Dr. H. Burkhardt

Prof. Dr. M. Teschner

5. Sem. (WS)	6. Sem. (SS)	7. Sem. (WS)	8. Sem. (SS)
Fundamentals of Pattern Recognition (Key Course) (3 V, 1 Ü, 6 ECTS, Burkhardt)	Algorithms for Digital Image Processing I (3 V, 1 Ü, 6 ECTS, Burkhardt)	Algorithms for Digital Image Processing II (2 V, 3 ECTS, Burkhardt)	
		Seminar Image Analysis and Computer-Vision (4 SWS, 6 ECTS, Burkhardt)	
Lab Course Image Processing I (2 SWS, 3 ECTS, Burkhardt)	Lab Course Image Processing II (2 SWS, 3 ECTS, Burkhardt)	Computer Vision I (2 V, 3 ECTS, Burkhardt/Canterakis)	Computer Vision II (2 V, 3 ECTS, Burkhardt/Canterakis)
Simulation in Computer Graphics (2 V, 2Ü, 6 ECTS, Teschner)	Computer Graphics (2 V, 2 Ü, 6 ECTS, Teschner)		
	Lab Course Computer Graphics (6 ECTS, Teschner)	Seminar Computer Animation (4 ECTS, Teschner)	Seminar Physically-based Animation (4 ECTS, Teschner)
Oberseminar (Burkhardt/Teschner) Bildverarbeitung, Computersehen und Computergraphik			

# Bildverarbeitungspraktikum I (2 SWS)

WS 02/03

Der Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung bietet im WS 02/03 ein Praktikum der Bildverarbeitung mit folgenden Themenschwerpunkten an:

- **Bildvorverarbeitung**
- **Mustererkennung**
- **Kamerakalibrierung**
- **Autofokussysteme**
- **Der Farbraum**

Durch praktisches Arbeiten und Experimentieren lernt der Student interessante Aspekte der Bildverarbeitung kennen. Hard- und Softwarekomponenten werden vorgestellt und Algorithmen zum maschinellen Sehen entwickelt.

Die Veranstaltung ist ergänzend zum Vorlesungsstoff, so daß keine speziellen Vorkenntnisse erforderlich sind. Angesprochen sind sowohl Studenten der Informatik als auch Naturwissenschaftler. Das Praktikum organisiert sich in fünf Versuchen und entspricht einem Umfang von zwei Semesterwochenstunden.

Termine: 14-tägig, Do. 14.00 - 18.00 Uhr, Ort:

Geb. 052, Laborraum 02-003

Vorbesprechung: 17.10.02, 14h, in 02-005

Adressaten: Studenten der Informatik, Mathematik, Physik oder Biologie.

Betreuer: Stefan Rahmann, Email: rahmann@informatik.uni-freiburg.de

Telefon: 203 8266 oder -8260 (Skr.)

# Bildverarbeitungspraktikum II (2 SWS)

SS 03

Der Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung bietet im WS 02/03 ein Praktikum der Bildverarbeitung mit folgenden Themenschwerpunkten an:

- **Klassifikatorentwurf**
- **Aktives Sehen**
- **Beleuchtungsmodelle**
- **3D-Meßzelle**
- **Morphologische Bildverarbeitung**

Durch praktisches Arbeiten und Experimentieren lernt der Student interessante Aspekte der Bildverarbeitung kennen. Hard- und Softwarekomponenten werden vorgestellt und Algorithmen zum maschinellen Sehen entwickelt.

Die Veranstaltung ist ergänzend zum Vorlesungsstoff, so daß keine speziellen Vorkenntnisse erforderlich sind. Angesprochen sind sowohl Studenten der Informatik als auch Naturwissenschaftler. Das Praktikum organisiert sich in fünf Versuchen und entspricht einem Umfang von zwei Semesterwochenstunden.

Termine: 14-tägig, Do. 14.00 - 18.00 Uhr, Ort:

Geb. 052, Laborraum 02-003

Vorbesprechung:

Adressaten: Studenten der Informatik, Mathematik, Physik oder Biologie.

Betreuer: Stefan Rahmann, Email: rahmann@informatik.uni-freiburg.de

Telefon: 203 8266 oder -8260 (Skr.)

# 1. Introduction

## History

In 1920 the first images were digitally coded and sent by cable over the Atlantic. This meant a reduction of the image transport from over a week (ship) to less than 3 hours (only 5 gray levels)

Later during the boom years of the space program we observe an increased interest for digital image processing using more and more powerful computers.

In 1964 the first digital images from the moon were sent from the space shuttle ranger 7 to the earth and errors from the camera were corrected by computer.

Later much more powerful techniques came up for *image coding, image enhancement and image restoration* within several manned and unmanned missions to the Moon, Mars, Saturn and Jupiter.



# Why *digital* image processing?

- Data transmission and storage is realized today *digitally* and not any more with *analogue* techniques. Hence it is evident that the additionally needed processing is also done digitally on the computer.
- Digital image processing is by far more flexible compared to optical and analogue electronic image processing.
- Problem: speed (pipeline- and parallel processing!)

# ANWENDUNGSGEBIETE DER DIGITALEN BILDVERARBEITUNG UND MUSTERERKENNUNG

1. Visuelle Qualitätskontrolle und Produktionsüberwachung, Robotik
  - Materialprüfung, Oberflächen- und Schliffbildanalyse, Ultraschallbildauswertung, Schadenfrüherkennung (Turbinengeräusche, Bruch von Bohrern), Bestückungsprüfung, Infrarotbildauswertung, Werkstückerkennung, Navigation
2. Bilddatenübertragung mit Datenkompression (Bildcodierung)
  - Videokonferenz, Bildtelefon, Internet-Anwendungen

### 3. Zeichenerkennung und automatische Dokumentauswertung und -bearbeitung

- Anschrift- und Belegleser, Bilder und Text, symbolische Auswertung von Kartenmaterial und Zeichnungen, symbolische Speicherung der Objekte, Handschriftenerkennung und Verifikation von Unterschriften

### 4. Sprach- und Musikerkennung

- Spracherkennung, automatische Auskunftssysteme Sprachverifikation (Zugangskontrollsysteme)
- Automatisches Erstellen von Noten aus Musikaufnahmen (Volksmusik/Musikaufzeichnungen von Eingeborenen)

### 5. Medizinische Bildauswertung

- EKG (Elektrokardiogramm-Messung der Aktionsströme des Herzens Hinweis auf Schädigung des Herzmuskels, sowie Leistungs- und Stoffwechselstörungen)
- EEG (Elektroenzephalogramm-Messung der Aktionsströme im Gehirn Hinweis auf Gehirnstörungen)

- Tomographie (MR,CT), Ultraschall, Röntgenbilder, mikroskopische Analysen (Zellbildklassifikation, Chromosomen, Gewebsschnitte, Blutbild), EKG, EEG

## Medizinische Studie von USA:

(siehe Niemann)

Die medizinisch auszuwertenden Datenmengen sind enorm groß. In USA werden jährlich ca. 650 Mio. Röntgenaufnahmen genommen und man schätzt, daß 30% der Anomalien bei der Röntgendiagnose unentdeckt bleiben.

Gebiet Zelldiagnose: hier werden 20.000-40.000 Personen beschäftigt und man nimmt an, daß 40% nicht zufriedenstellend ausgewertet werden.

Für die Blutbildanalyse hingegen gibt es bereits sehr gute Geräte. Im Bereich der Röntgenbildanalyse gibt es noch erheblichen Forschungsbedarf!

## 6. Satelliten- und Flugbilddauswertung (multispektrale Sensoren)

- Remote sensing (Auswertung von Flugzeug- und Satellitenbildern), Photogrammetrie, Umweltüberwachung, Meteorologie und Ozeanographie (Wolkenbilder, Wellenbildanalyse), Vegetationsüberwachung (Schädlingsbefall, Ernteerträge, Baumbestand), Exploration und Geologie, Geographie (Stadtplanung, autom. Kartenerstellung)

## 7. Biologie

- Überwachung von Zellwachstumsvorgängen (mit und ohne Tracer), Analyse von Mikroorganismen

## 8. Kriminalistik

- Fingerabdrücke, Erkennung von Gesichtern

## 9. Verbesserung der Auflösung von Licht- und Elektronenmikroskopen

# Main Areas of application of DIP

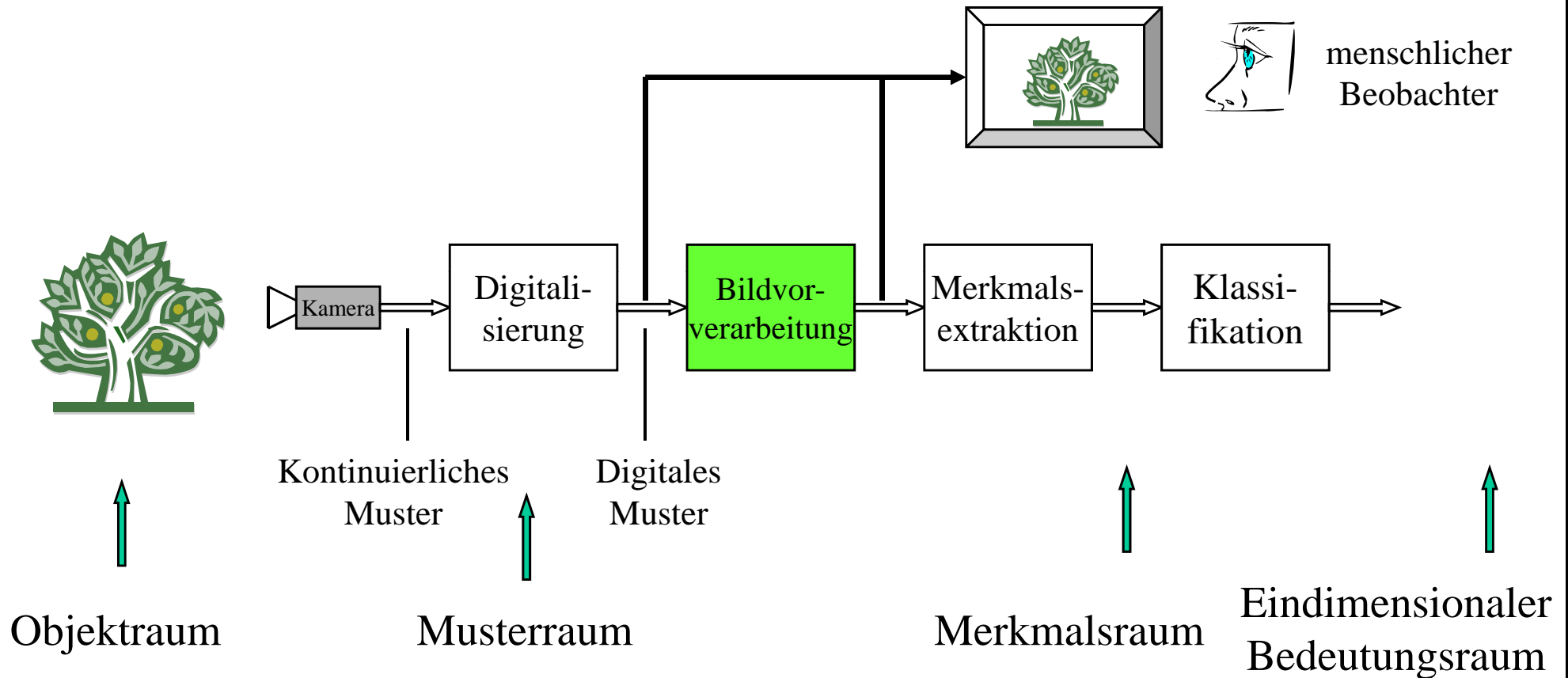
Improve and enhance the quality of images as a preprocessing operation:

- image restoration
- image enhancement
- Normalization (contrast, intensity, color)
- image coding

Relation to neighboring disciplines:

optics, information theory, pattern recognition, artificial intelligence, neural networks

# Allgemeines Schema zur Bildverarbeitung und Mustererkennung



Im allgemeinen gibt es keinen geschlossenen Lösungsweg für ein Mustererkennungsproblem. Wegen der Komplexität der Aufgabenstellung wählt man eine gestufte, modulare Vorgehensweise

## Objektraum:

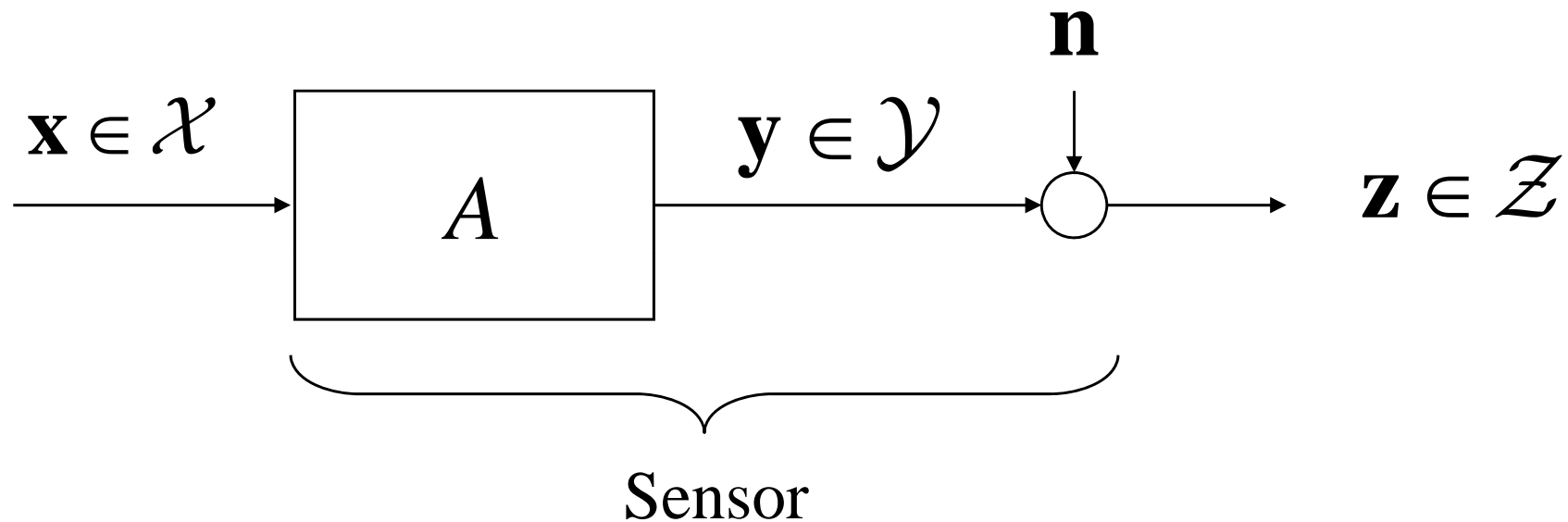
$f(\mathbf{x})$  Vektorfunktion in Abhängigkeit einer vektoriellen unabhängigen Variablen  $\mathbf{x}$   
z.B. Farbe und Intensität als Funktion von  
2-3 Ortskoordinaten, oder: Betrag und Orientierung eines  
elektromagnetischen Feldes als Funktion von Ort und Zeit

## Musterraum:

$f(\mathbf{x})$  häufig skalare Funktion  
z.B. Graubild als Funktion von Ort und Zeit  
beim Einsatz von Kameras i.a. Projektion einer 3D-Szene  
in die Kameraebene (Zentral- oder vereinfacht:  
Parallelprojektion)



# Wie beschreibt man mathematisch die Wirkung des Sensors?



$\mathcal{X}$ : Objektraum  
 $\mathcal{Z}$ : Musterraum

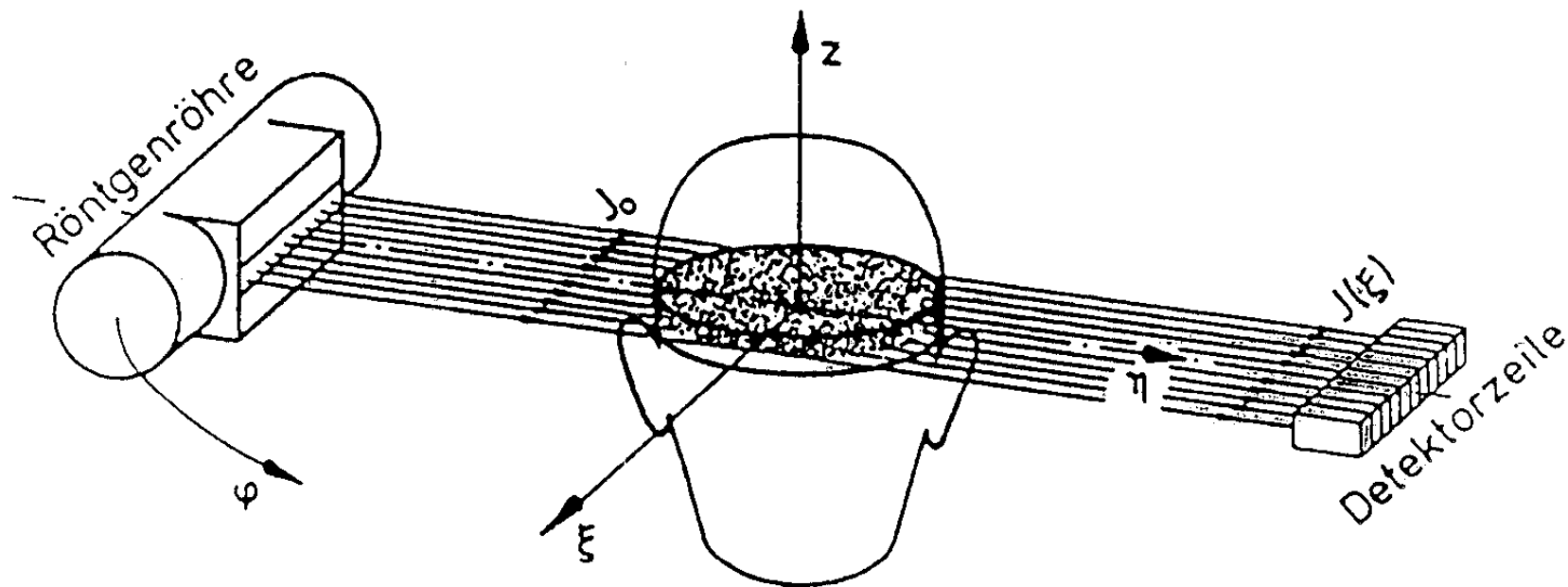
Die mathematische Abbildung  $A$  beschreibt die Eigenschaften des Sensors:

$$\mathbf{z} = A(\mathbf{x}) + \mathbf{n} \quad (\text{I})$$

Häufig ist zusätzliches Wissen vorhanden, welche in Form von Nebenbedingungen vorliegen, wie z.B. nur positive Intensitäten möglich, Zeit- oder Ortsbegrenztheit oder ein diskreter Wertevorrat. Diese Nebenbedingungen lassen sich häufig in Form von einer Fixpunktbedingung angeben:

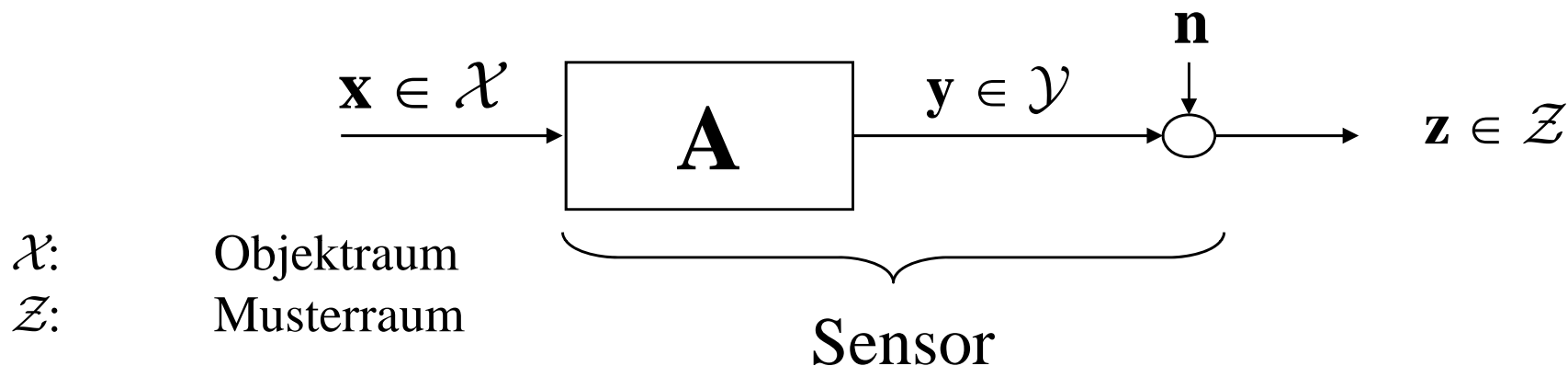
$$\mathbf{x} = C(\mathbf{x}) \quad (\text{II})$$

# Beispiel für ein inverses Problem: Röntgentomographie



# Lösung des inversen Problems: Rückschluss von $\mathcal{Z}$ auf $\mathcal{X}$

## Frage nach der Existenz von $\mathbf{A}^{-1}$



I.a. Defekt in der Abbildung, Reduktion auf einen Unterraum, d.h. ein Teil von  $\mathcal{X}$  ist unwiederbringlich verloren gegangen, z.B. einfache Dispersion. Damit: mathematisch schlecht gestelltes inverses Problem!

Verbesserter Rückschluss auf Originalverhältnisse bei Beachtung von Nebenbedingungen (konvexe und nichtkonvexe); Problem: mathematisch schwierig!

# Welche Fälle bei der Bildaufnahme (Sensor) kann man unterscheiden:

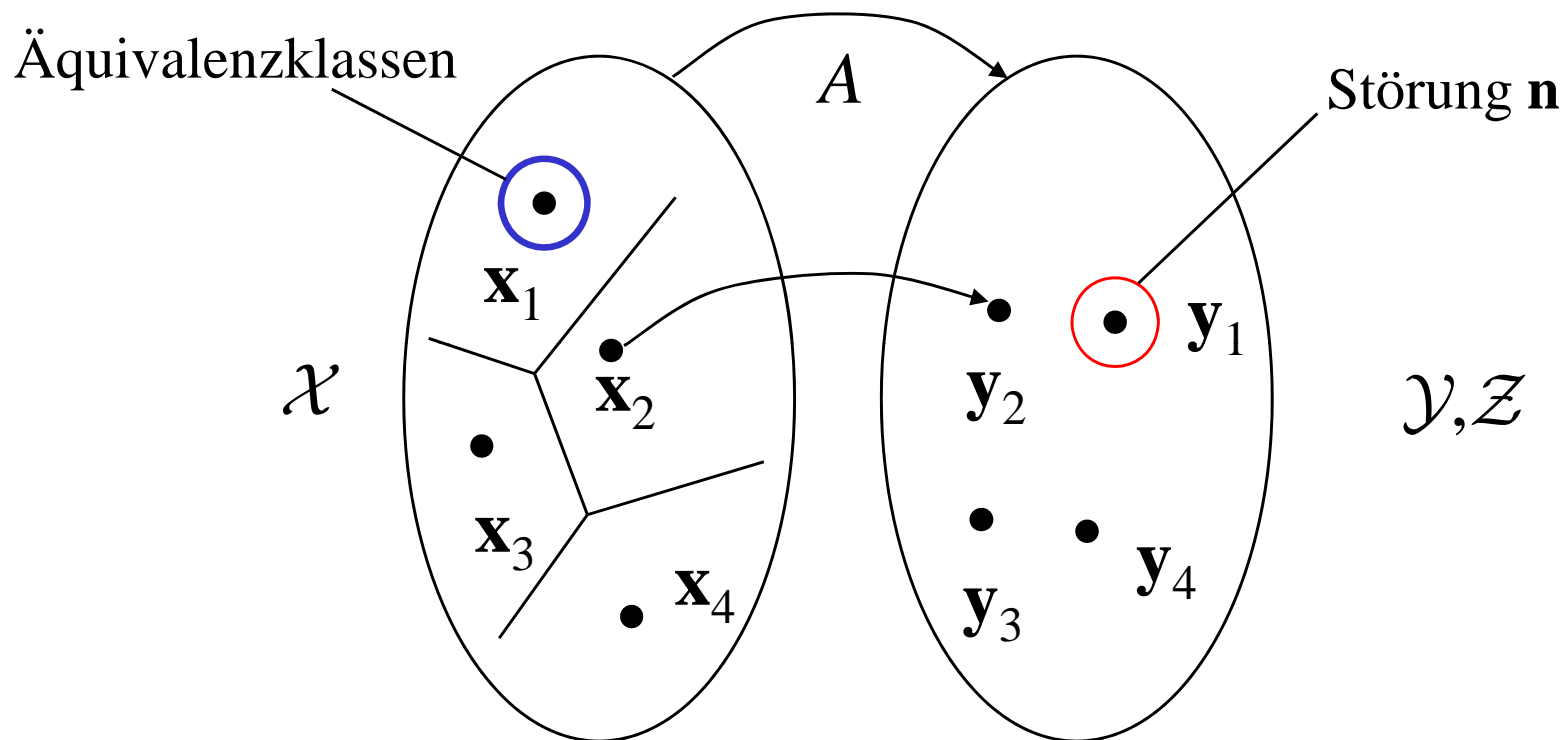
- A ist bijektiv  
d.h. die Äquivalenz- oder Bedeutungsklassen bilden abgeschlossene und damit vollständige Mengen, z.Bsp. Geometrische Transformationen mit den Eigenschaften einer mathematischen Gruppe wirken auf die Objekte
- Unvollständige und gestörte Daten
  - Unvollständige Beobachtungen durch eine Abbildung  $A$  auf Unterräume (tomographische Projektionen, Okklusionen und partielle Ansichten, Dispersionen), daraus folgt: mathematisch schlecht gestellte inverse Probleme
  - gestörte Beobachtungen ( $\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$ )

Wie fügt sich die Mustererkennung in die allgemeine Schätztheorie für Bilder oder allgemeiner Signale ein?

In der Schätztheorie unterscheidet man zwischen:

- Schätzaufgabe (estimation)
- Detektion (detection)
- Mustererkennung (pattern recognition)

# Charakterisierung der drei Aufgabenstellungen in Signalvektorräumen:



1. Vollbesetzter Objektsignalraum: **Signalschätzung**

$$\mathbf{x} \in \mathcal{X}$$

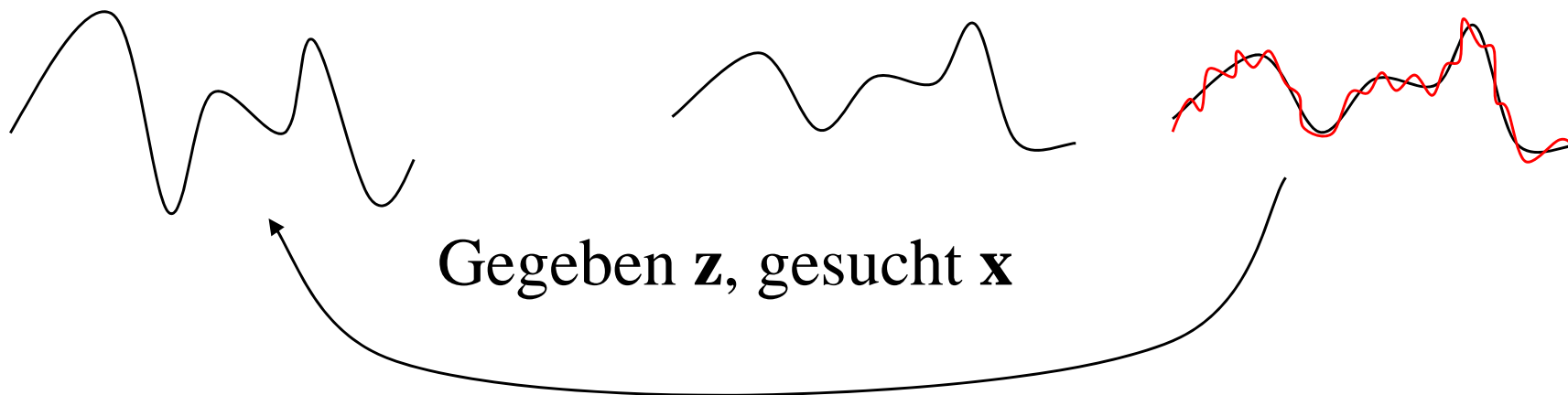
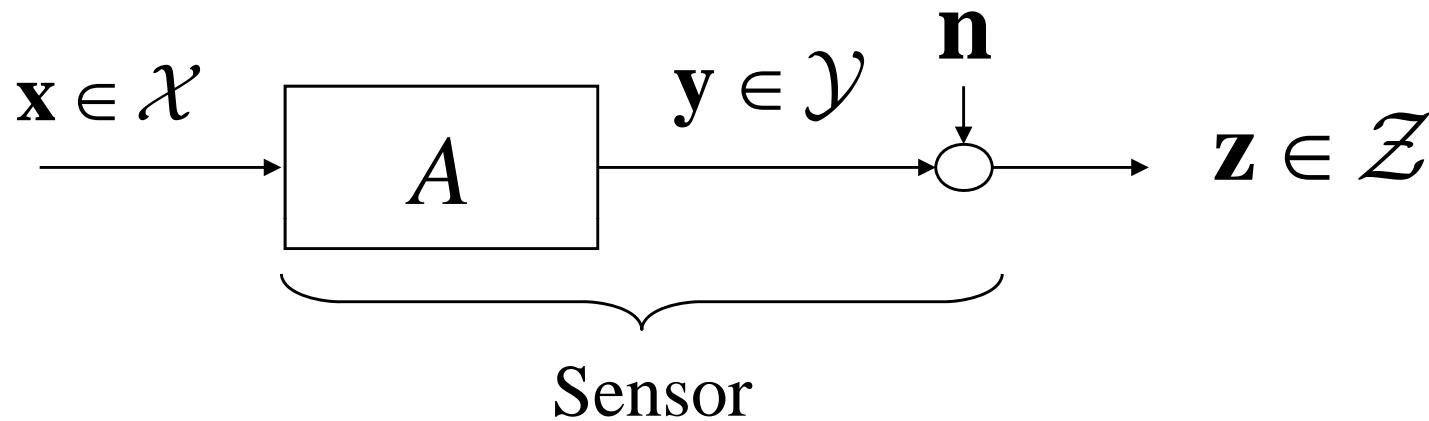
2. Es existiert nur eine Untermenge aller möglichen  
Signale: **Detektion**

$$\mathbf{x} \in \mathbf{x}_i \subset \mathcal{X}$$

3. Es existieren endlich viele Signalklassen  
(Äquivalenz- oder Bedeutungsklassen): **Mustererkennung**

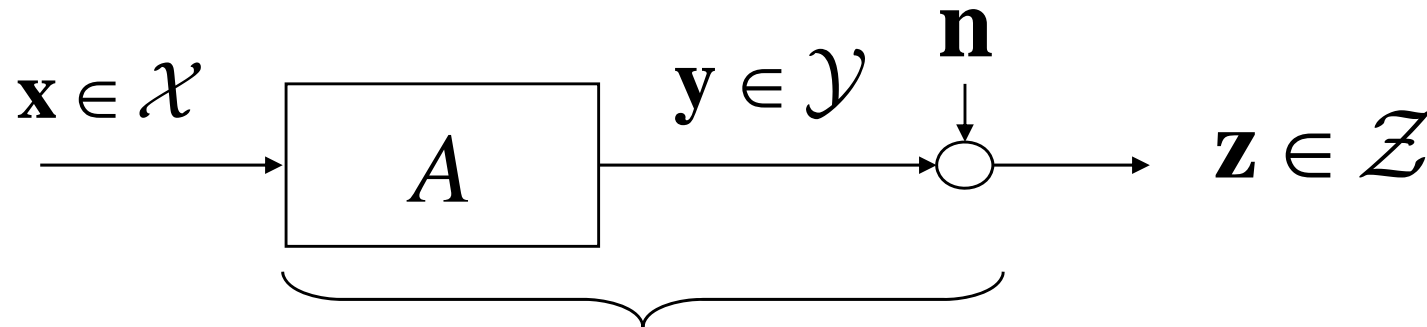
$$\mathbf{x} \in \mathcal{E}_i; \mathbf{x}_i \subset \mathcal{X}$$

# Beispiel für die Signalschätzung: Aufgaben der Meßtechnik

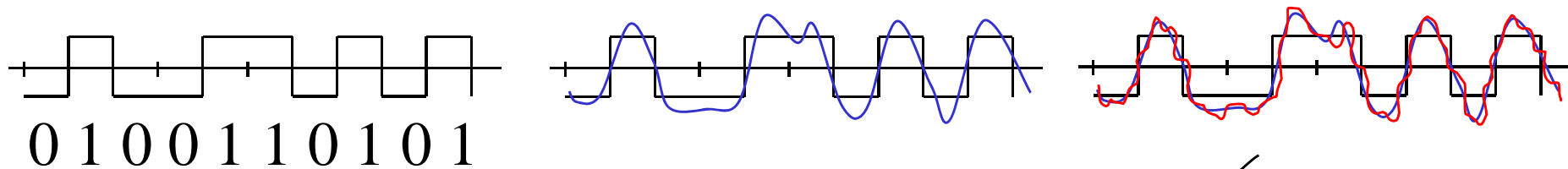




# Beispiel für die Signaldetektion: Digitale Signalübertragung



Übertragungsleitung



Gegeben  $\mathbf{z}$ , gesucht  $\mathbf{x}$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{A} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0,9 \\ 0,1 \\ -0,1 \\ 1,1 \\ 1,2 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x}$  liegt auf einem Hyperkubus!

# Visuelle Informationsverarbeitung

## Kenndaten von biologischen Sehsystemen

**Netzhaut**  
(menschl. Auge)

bis zu 160 000 Sehzellen/mm<sup>2</sup> (Bussard: 10<sup>6</sup>)  
insgesamt: 125 Millionen Zellen  
1500 Helligkeitsstufen (transiente Empfindlichkeit)

**Neuronen**

Schaltzeiten: ca. 1ms  
Laufzeiten: bis zu 120 m/s  
Dichte: 10-15 000 Zellen/mm<sup>2</sup>  
Gehirn insgesamt: 10<sup>11</sup> Zellen (100 GBit=ca. 10 GByte)  
Vernetzungsgrad: 1-10 000 Verbindungen/Zelle (Synapsen)

## Kenndaten von Rechnersehsystemen

**Diodenmatrix**

3,3 Mio. Zellen auf 30 mm<sup>2</sup> => 110 000 Zellen/mm<sup>2</sup>  
256 Helligkeitsstufen/Farbkanal

**Digitalbausteine**

Schaltzeiten: 1-10 ns  
Laufzeiten: 30 cm/ns  
Integrationsdichte: 640 000 Bit/mm<sup>2</sup>  
Gesamtspeicher: 10<sup>9</sup> Byte= 1 GByte  
Vernetzungsgrad: 1-10

# Informationsdatenraten für die Kommunikation mit dem Rechner

Tastatur: 10 Byte/sek



Faktor 1000

Sprache: 10 KByte/sek



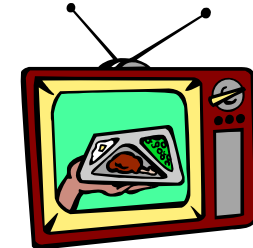
Faktor 1000

Bilder (TV): 10 MByte/sek



Faktor 1000

Auge: 10 GByte/sek



Chinesisches Sprichwort:

„Ein Bild sagt mehr als tausend Worte“

# Grenzen serieller Bildverarbeitung

**Aufgabe:** Korrelation eines Bildes der Dimension  
 $N=1000 \times 1000$  Bildpunkte

**Direkte Realisierung:**  $\sim (N^2)$  Operationen  
 $\hat{=} 10^{12} \cdot 1 \mu\text{s} = 10^6 \text{ s} = 277 \text{ Stunden} = 11,5 \text{ Tage}$

**Möglichkeiten zur Reduktion der Rechenzeiten:**

1. Algorithmen mit geringerer Komplexität  
( $O(N \log N) \hat{=} 20 \text{ s}$ )
2. Parallelverarbeitung (  $20 \text{ Zyklen} \hat{=} 20 \mu\text{s}$ )

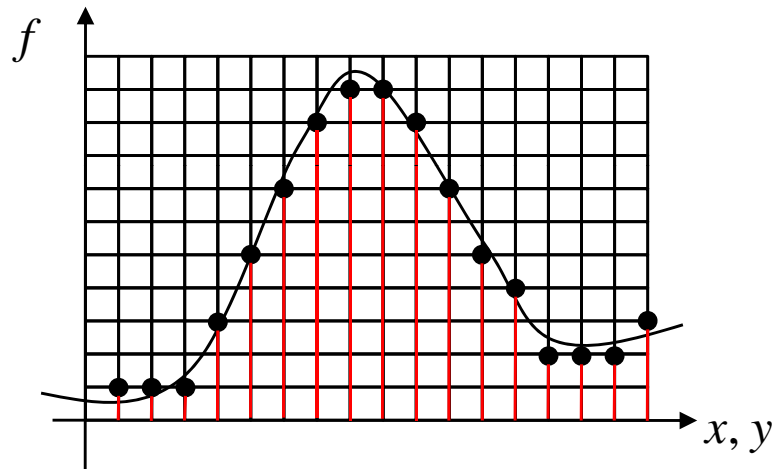
# Berechnungskomplexität typischer Bildverarbeitungsprobleme (Video-Realzeit)

(Bilddimension  $N=512 \times 512=2^{18}$ , 25 Vollbilder/Sek, ca. 6,5 MByte/Sek pro Farbkanal)

Aufgabe	Komplexität	Rechenleistung
Dynamikkorrektur	$\sim (1 \cdot N)$	10 MFlop/s = $10^7$ Flop/s
Lokale Filterung (5x5)	$\sim (25 \cdot N)$	250 MFlop/s = $2,5 \cdot 10^8$ Flop/s
Diskrete Fouriertransformation	$\sim (N \cdot N) = \sim (2^{18} \cdot N)$	2500 GFlop/s = 2,5 TFlop/s = $2,5 \cdot 10^8$ Flop/s
Schnelle Fouriertransformation	$\sim ((\log N) \cdot N) = \sim (18 \cdot N)$	200 MFlop/s = $2 \cdot 10^8$ Flop/s

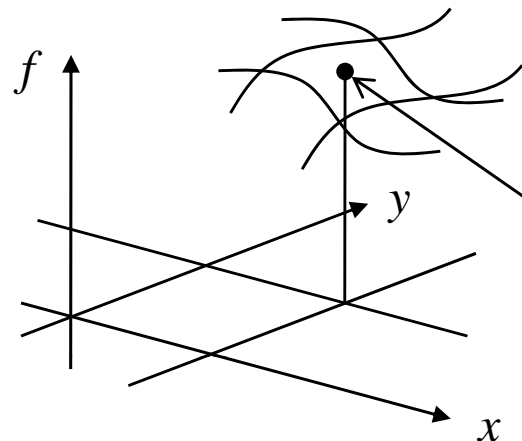
# Digitale Bildverarbeitung

=> Verarbeitung *örtlich* und *wertemäßig* diskretisierter Signale



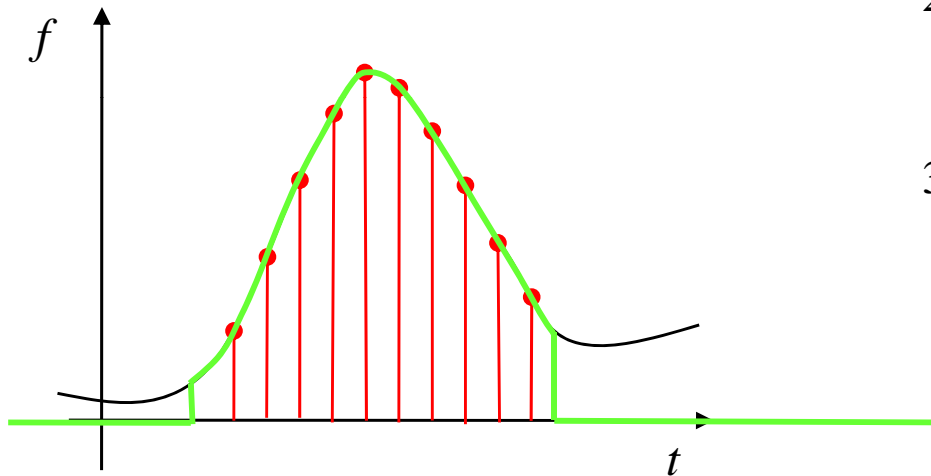
Amplitudenquantisierung häufig zweitrangig.  
Entscheidender: Ortsdiskretisierung  
(Abtasttheorem, aliasing-Fehler)

Zweidimensional:



Häufig integraler Mittelwert anstatt Abtastwert

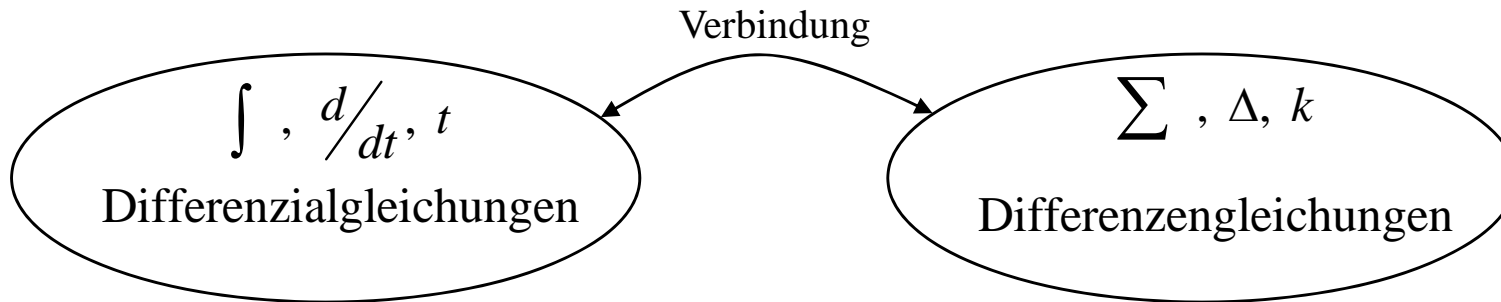
# Welche Probleme tauchen bei der Digitalisierung auf ?



1. Man kann in Realität nur Signale endlicher Dauer behandeln → **Fensterung**
2. Außerdem können nur endlich viele Repräsentanten des Signals verwendet werden → **Abtastung**
3. Darüberhinaus können nur endlich viele Signalwerte diskriminiert werden → **Quantisierung**

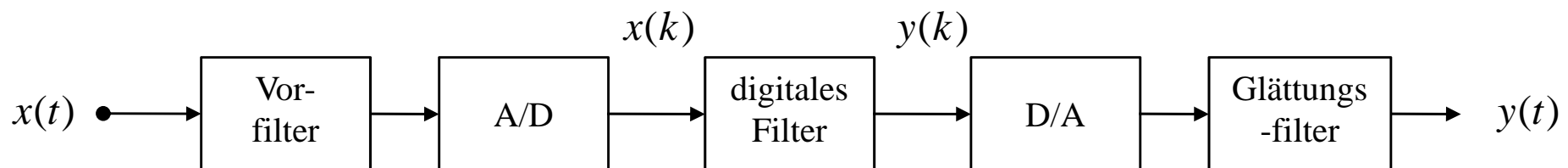
Analysis  
(kontinuierliche Signale)

Algebra  
(digitale Signale)



Verbindung: Probleme der Approximation (Inter- und Extrapolation),  
Simulation kontinuierlicher Systeme

z.B. digitale Filterung:





# Algebraische Methoden

Historische Entwicklung der DSV durch Diskretisierung der bekannten analytischen Formulierungen (Approximation).

Daraus entstanden Phänomene wie:

Abtastung im Zeit-, Frequenz- und Amplitudenbereich,  
Windowing, Aliasing

Später eigenständige Entwicklung durch Anwendung von algebraischen Methoden (insbes. Zahlentheorie), i.a. ohne direktes Analogon im kontinuierlichen Bereich:

- Algebraische Beschreibung der Fouriertransformation
- zahlentheoretische Transformationen in endl. Zahlkörpern  $GF(p)$
- algebraische Faltungsalgorithmen (ohne Rundungsfehler)
- diskrete lageinvariante Transformationen  $\mathbb{C}T$
- Kodierungsfragen
- Inverse diskrete Radontransformation
- Bildrekonstruktion aus dem Betrag der FT
- Filter mit endlicher Impulsantwort (FIR) und streng lin. Phase (konst. Gruppenlaufzeit)

Polynomialgebra, Chines. Restesatz, Gruppentheorie, Diophant. Gleichung,  
Polynomialgebra über endl. Ringen und Körpern (insbes. in der Kodierungstheorie)

# Literatur

- (1) W.K. Pratt. Digital Image Processing. Wiley Interscience, 2. edition, 1991.
- (2) Rafael C. Gonzalez und Richard E. Woods. Digital Image Processing. Prentice-Hall, 2002, 2. Ausgabe.
- (3) F.M. Wahl. Digitale Bildsignalverarbeitung - Berichtigter Nachdruck. Springer Verlag, 1989.
- (4) B.K.P. Horn. Robot Vision. Mc Graw-Hill, 1987.
- (5) H. Heuser und H. Wolf. Algebra, Funktionalanalysis und Codierung. Teubner Verlag, 1986.
- (6) L.A. Zadeh und C.A. Desoer. Linear System Theory. Mc Graw-Hill, 1963.
- (7) N.R. Bracewell. The Fourier Transform and its Applications. Mc Graw-Hill, 1986.
- (8) A. Papoulis. Signal Analysis. Mc Graw-Hill, 1984.
- (9) A. Papoulis. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. Mc Graw-Hill, 1984.
- (10) M. Schwartz. Information Transmission, Modulation, and Noise. Mc Graw-Hill, 1981.
- (11) Anil K. Jain. Fundamentals of Digital Image Processing. Prentice-Hall, Inc., 1989.
- (12) B. Jähne. Digitale Bildverarbeitung. Springer-Verlag, 4. Ausgabe, 1997.
- (13) I. Daubechies. Ten Lectures on Wavelets, CBMS 61, SIAM Pr., Philadelphia, 1992.