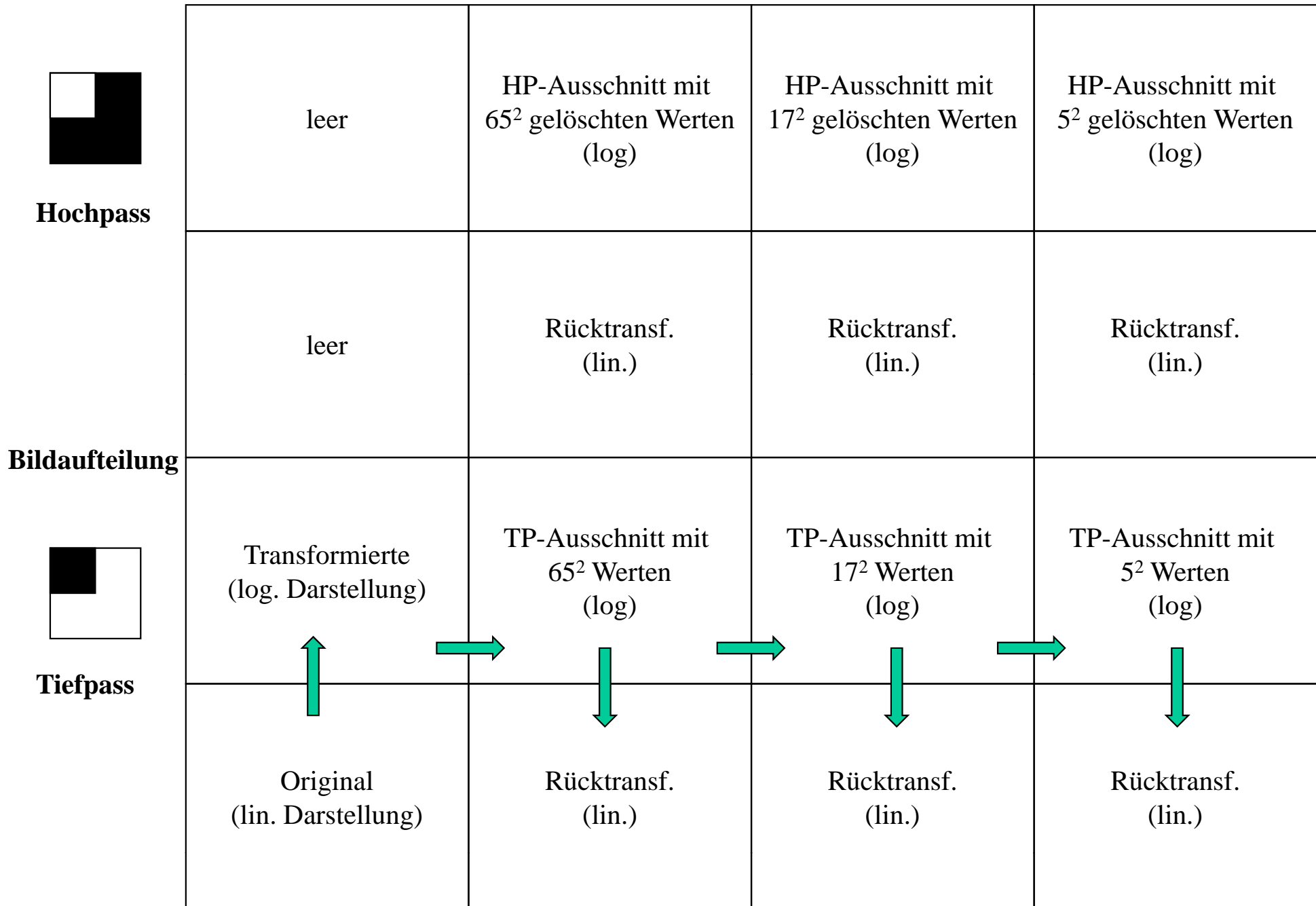


5b. Diskussion von Bildern mit Fourier- und Walsh-Transformation

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum \sum (X_{org}(i, j) - X_{synth}(i, j))^2}{NM}} = \frac{1}{\sqrt{NM}} \|\mathbf{X}_{org} - \mathbf{X}_{synth}\|$$



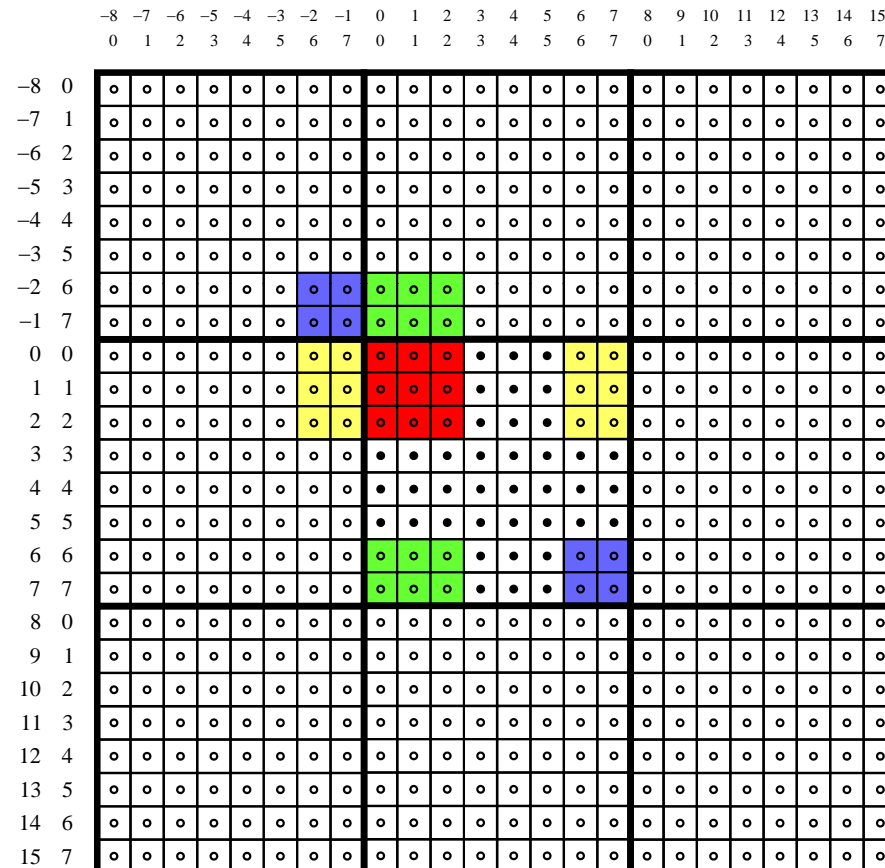
Zur Interpretation der Fourier-Ergebnisse

Bei reellen Signalen und Bildern gilt bei Anwendung der DFT:

$$1\text{D: } \tilde{x}_{\langle -i \rangle_N} = \tilde{x}_i^*$$

$$2\text{D: } \tilde{x}_{\langle -i \rangle_M, \langle -j \rangle_N} = \tilde{x}_{i,j}^* \quad \begin{array}{l} 0 \leq i \leq M-1 \\ 0 \leq j \leq N-1 \end{array}$$

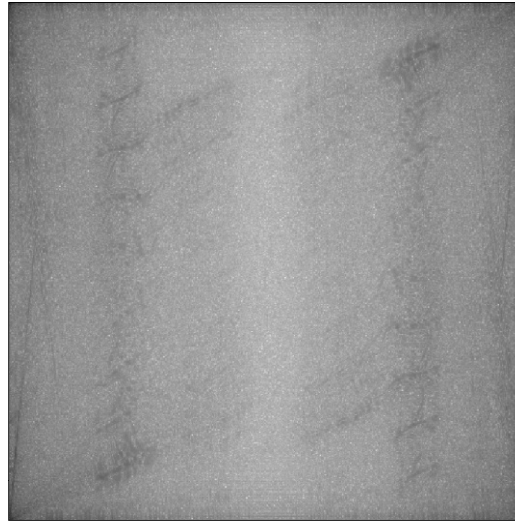
Idealer Rechteck-Tiefpass



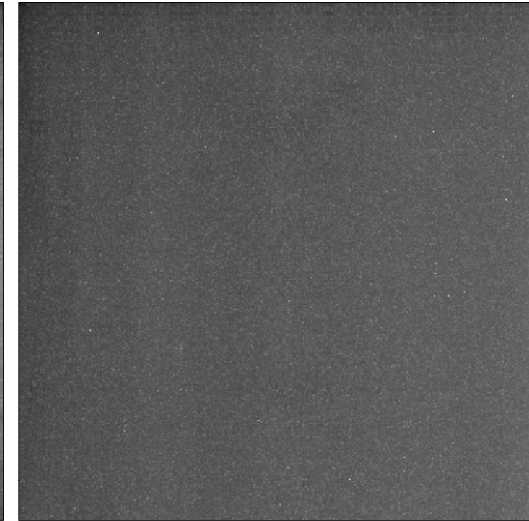
Fourier- und Walsh-Transformation natürlicher und künstlicher Szenen



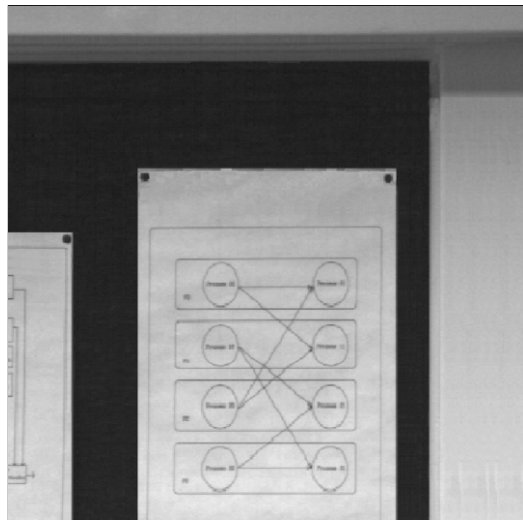
Haus 512×512



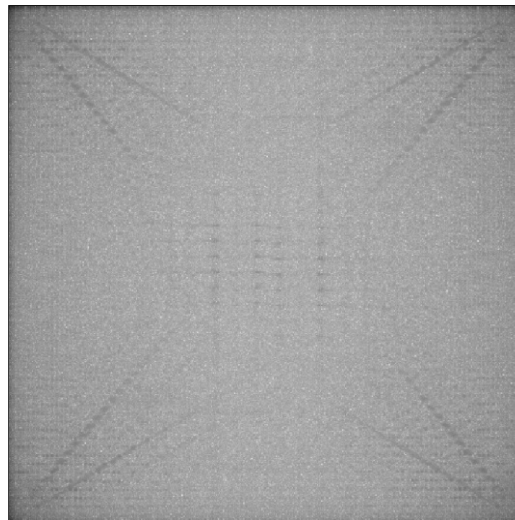
Fourierspektrum (Haus)



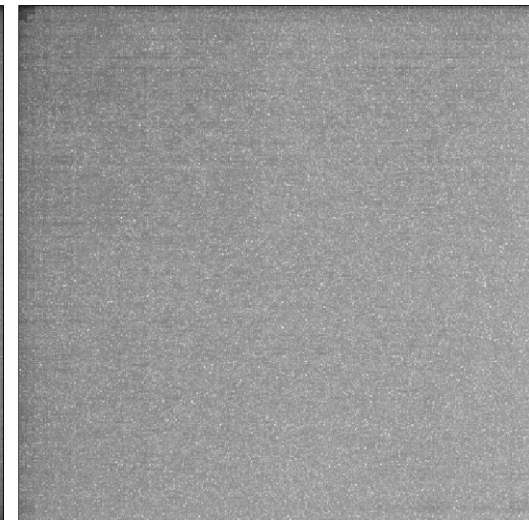
Walsh-Spektrum (Haus)



Poster 512×512

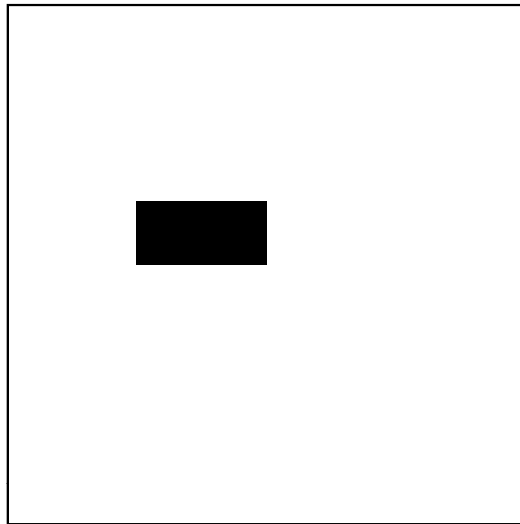


Fourierspektrum (Poster)

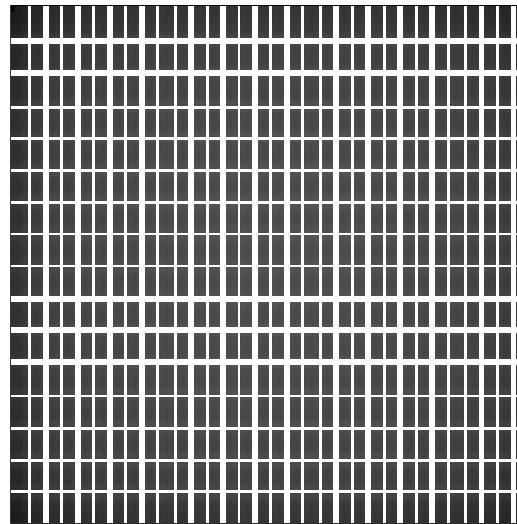


Walsh-Spektrum (Poster)

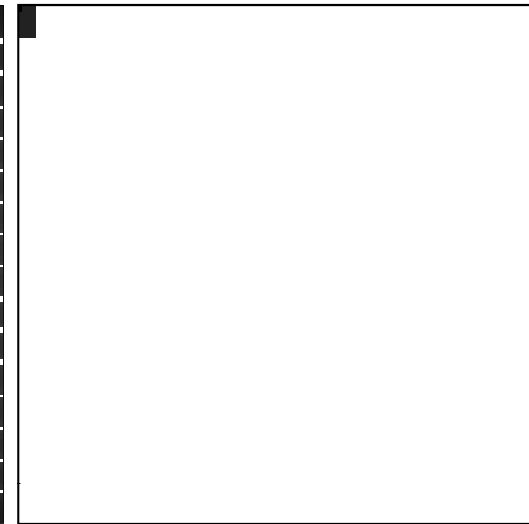
Fourier- und Walsh-Transformation natürlicher und künstlicher Szenen



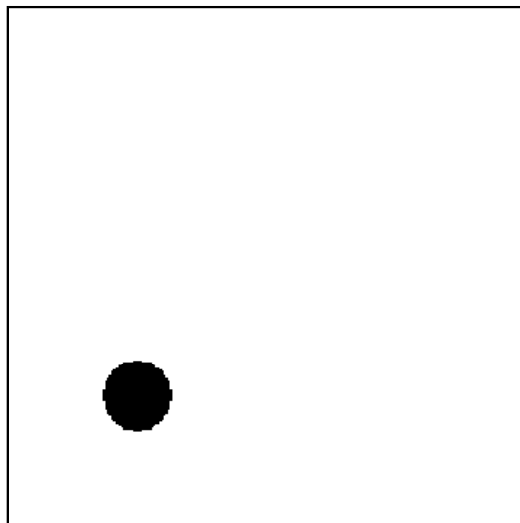
Rechteck 128×128



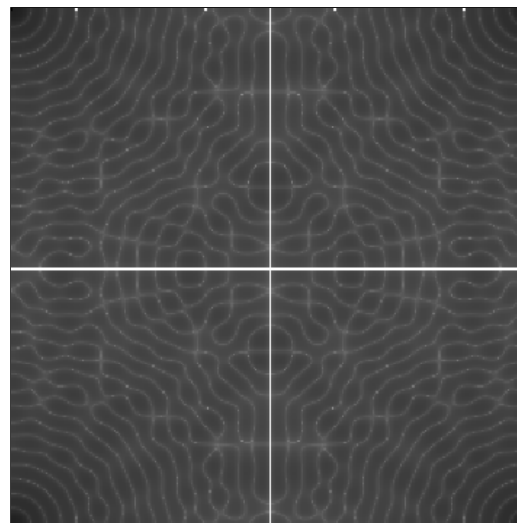
Fourierspektrum (Rechteck)



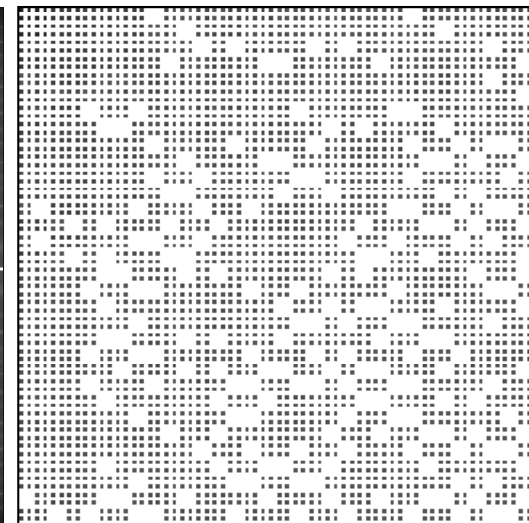
Walsh-Spektrum (Rechteck)



Kreis 256×256

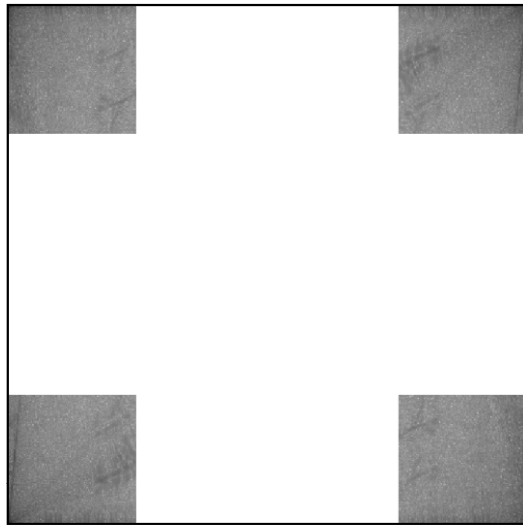


Fourierspektrum (Kreis)

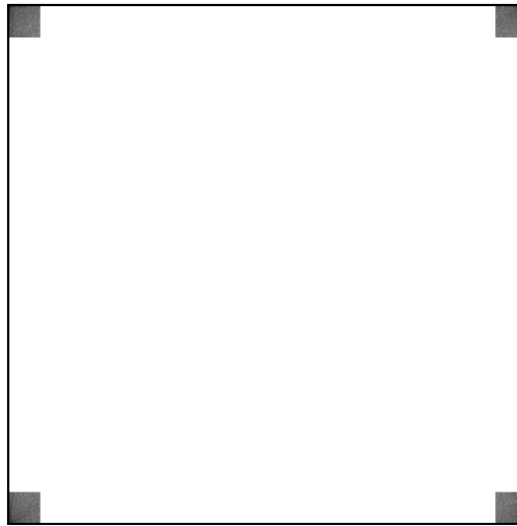


Walsh-Spektrum (Kreis)

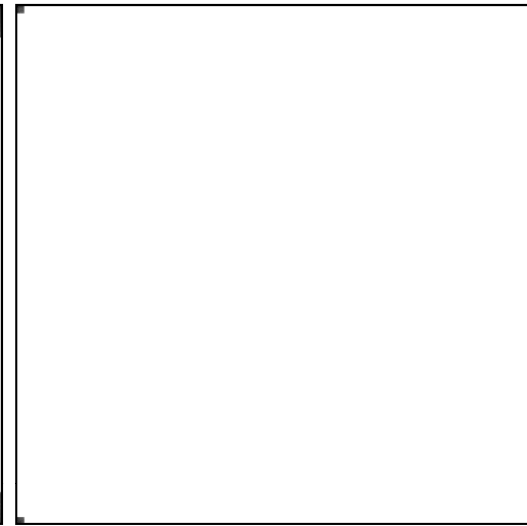
Fourier-Transformation (natürliche Szene) - Tiefpass



TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=10,4

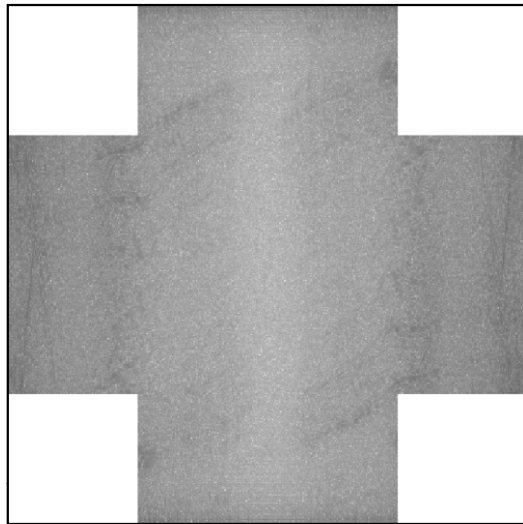


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=24,6

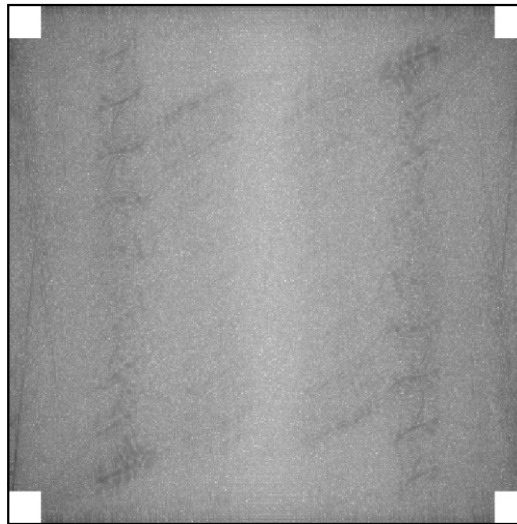


TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=35,6

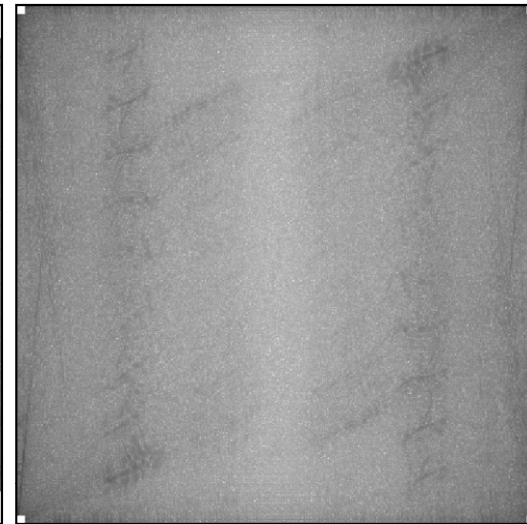
Fourier-Transformation (natürliche Szene) - Hochpass



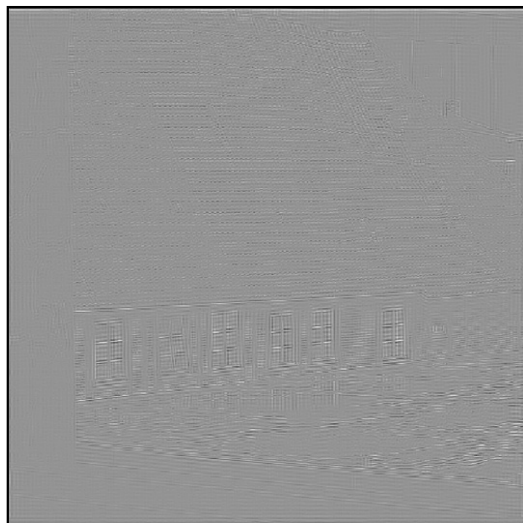
HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum



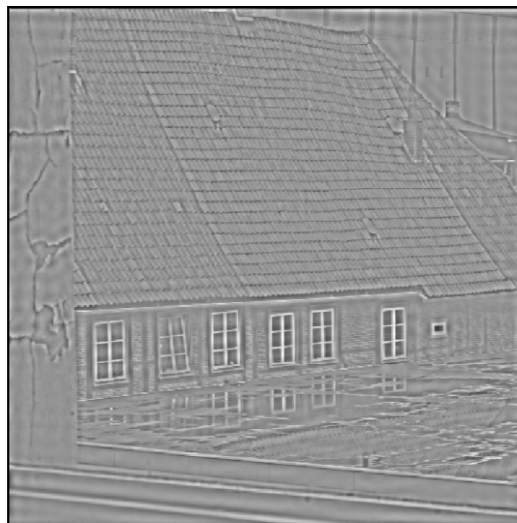
HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum



HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 256^2 Werten, RMSE=180,1

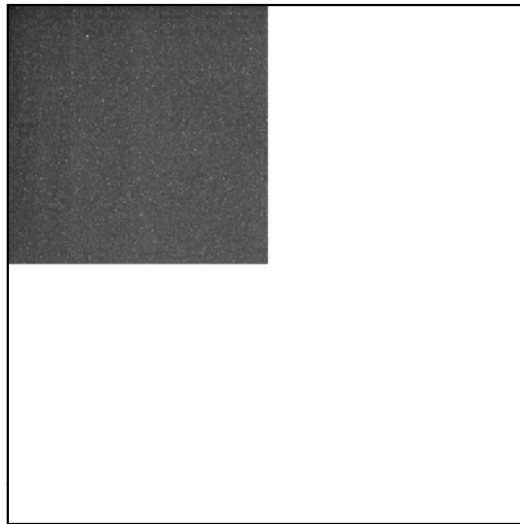


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 64^2 Werten, RMSE=178,7

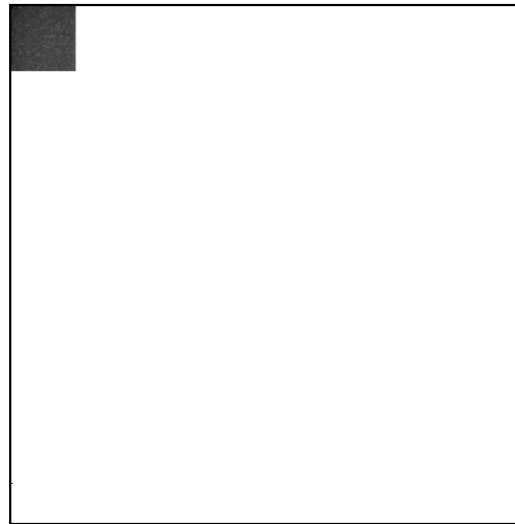


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 16^2 Werten, RMSE=176,8

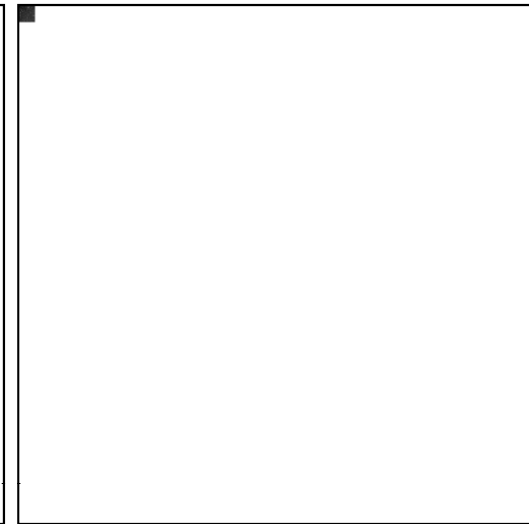
Walsh-Transformation (natürliche Szene) - Tiefpass



TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



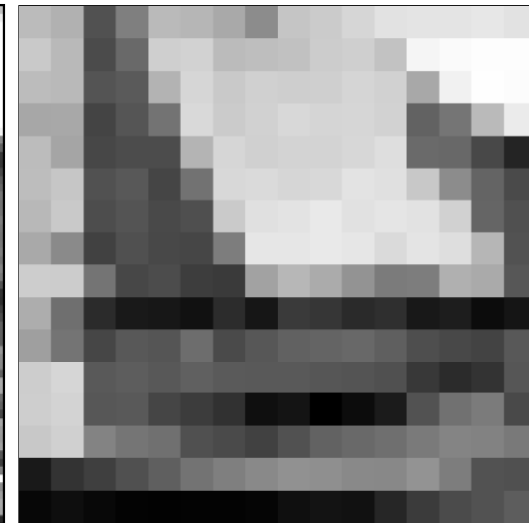
TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=14

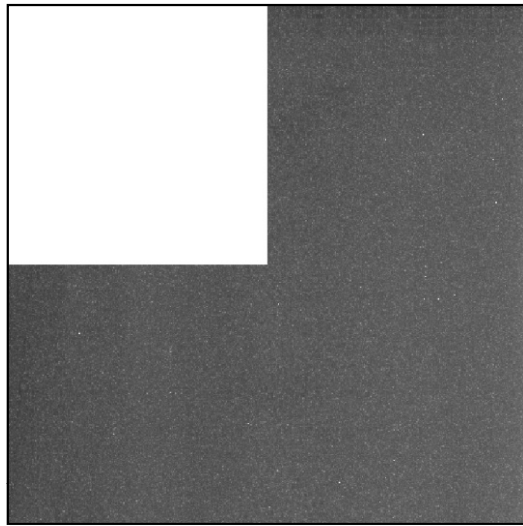


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=26,3

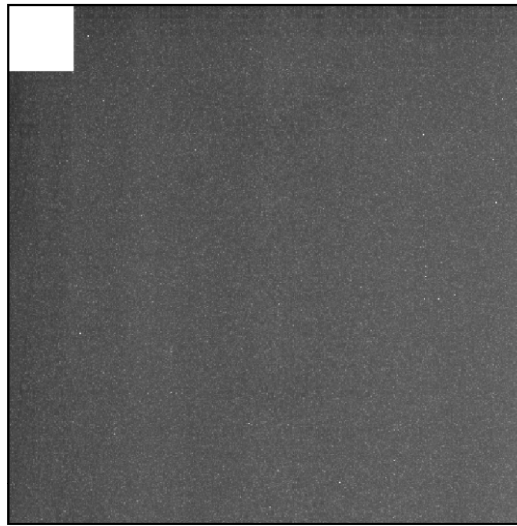


TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=35,9

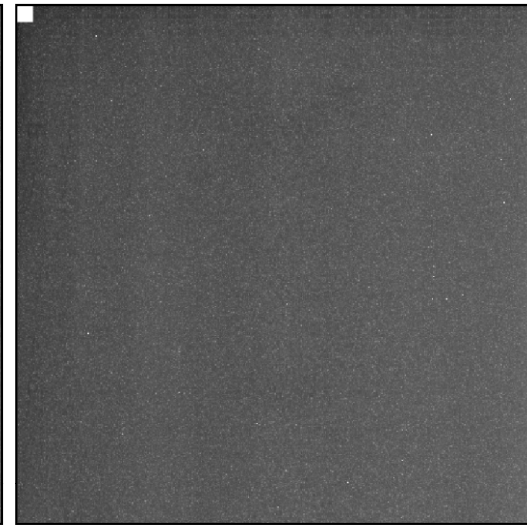
Walsh-Transformation (natürliche Szene) - Hochpass



HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum



HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum



HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 256^2 Werten, RMSE=179,8

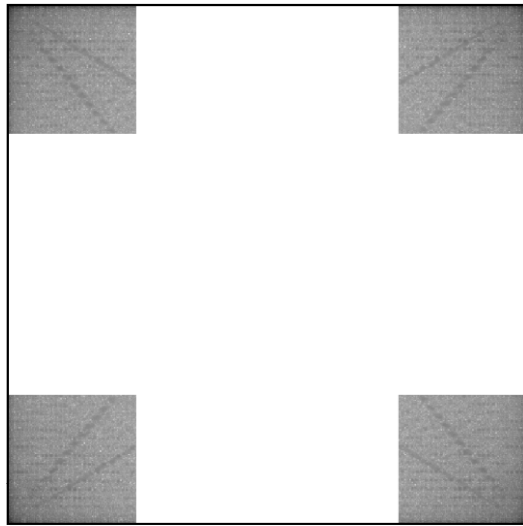


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 64^2 Werten, RMSE=178,4

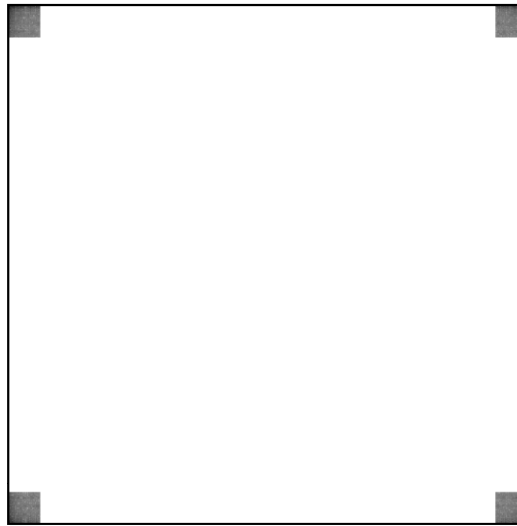


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 16^2 Werten, RMSE=176,7

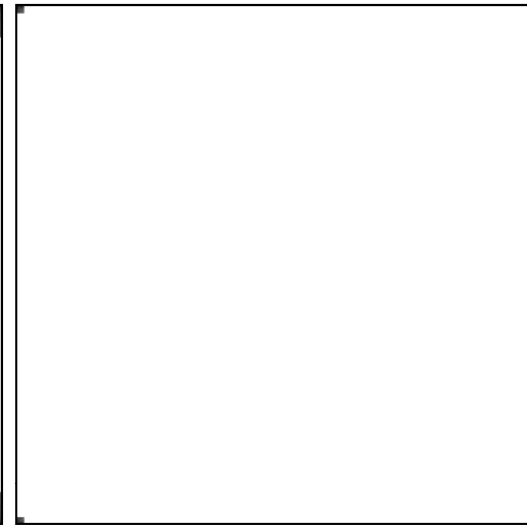
Fourier-Transformation (künstliche Szene) - Tiefpass



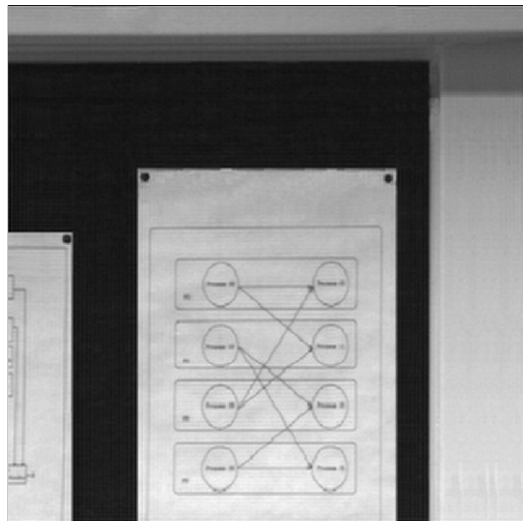
TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



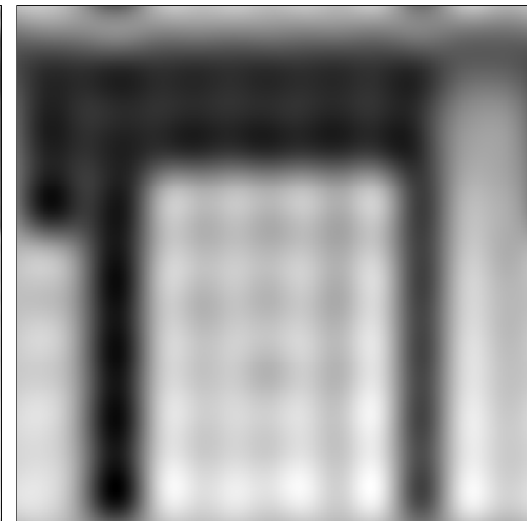
TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=5,2

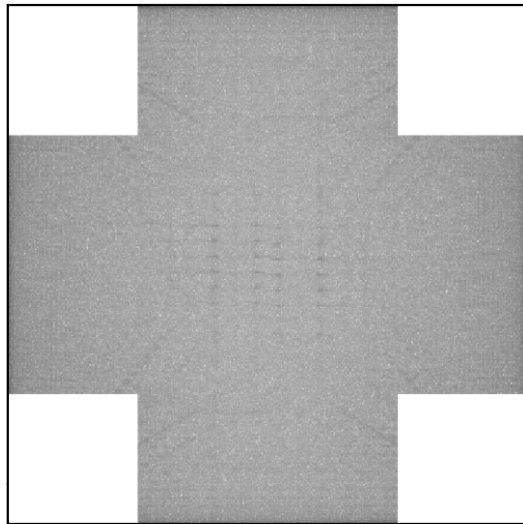


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=12,3

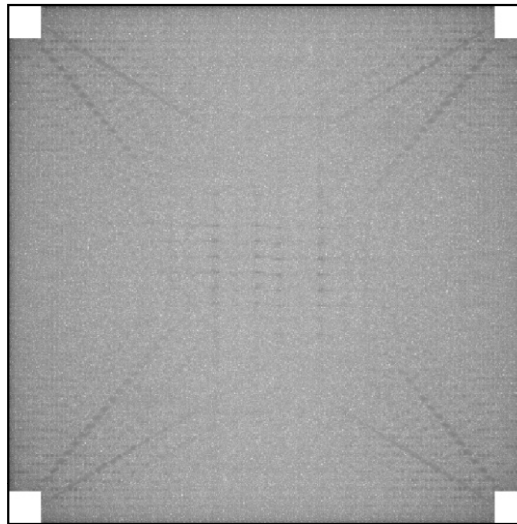


TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=24,7

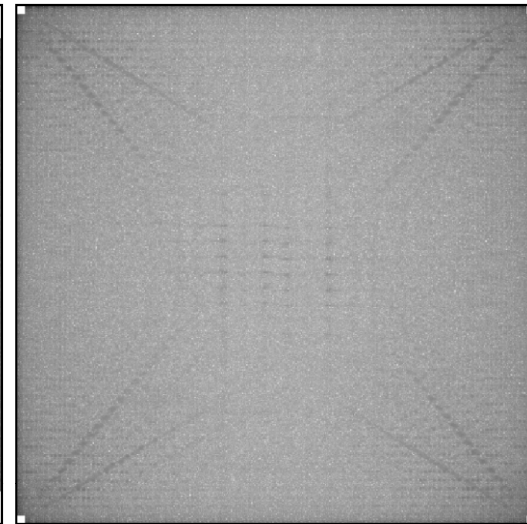
Fourier-Transformation (künstliche Szene) - Hochpass



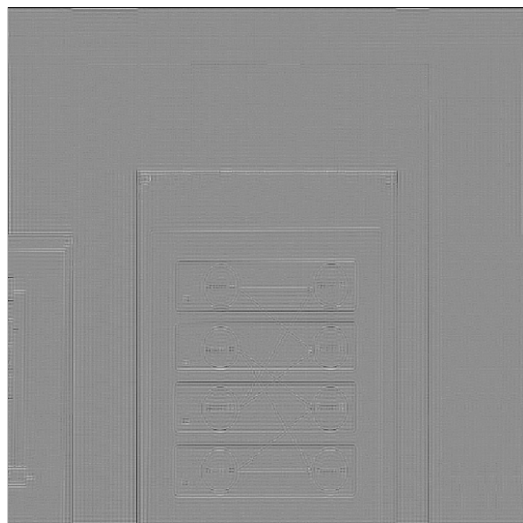
HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum



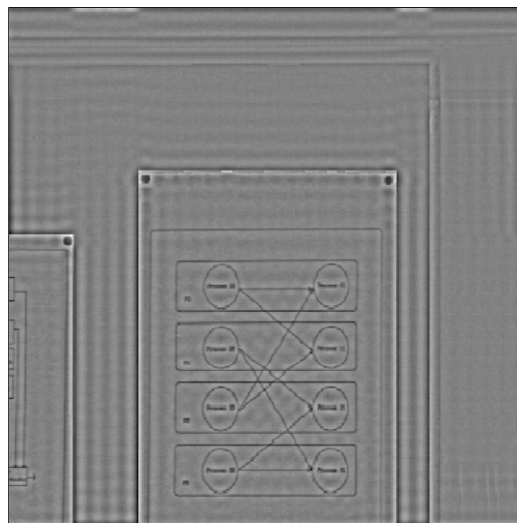
HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum



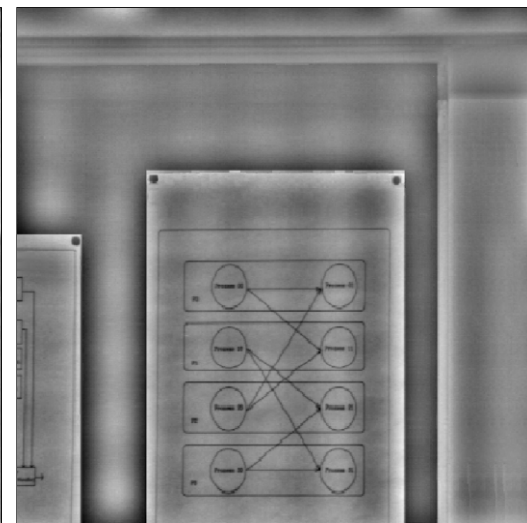
HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 256^2 Werten, RMSE=151,3

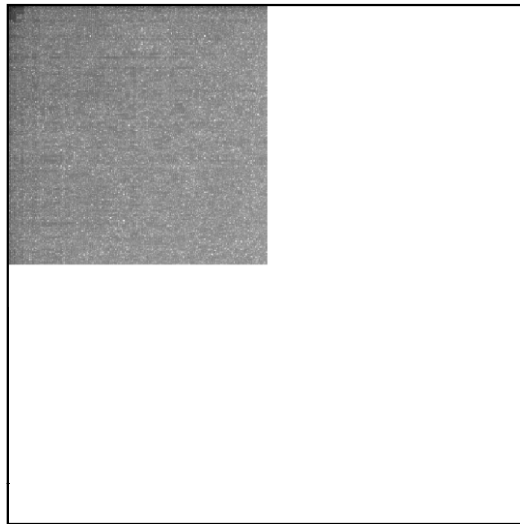


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 64^2 Werten, RMSE=150,8

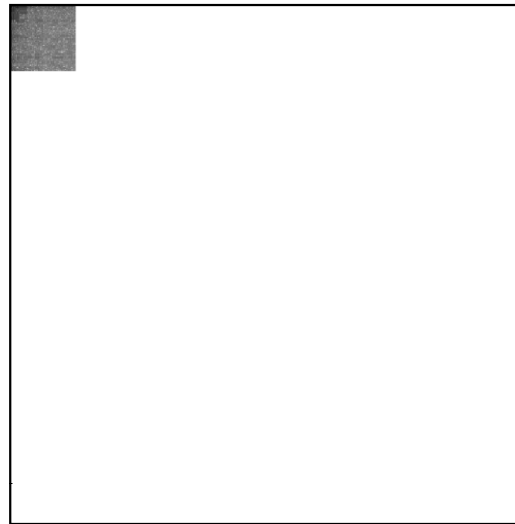


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 16^2 Werten, RMSE=149,3

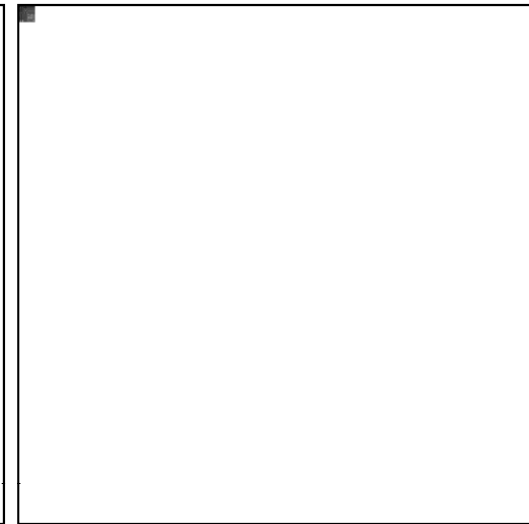
Walsh-Transformation (künstliche Szene) - Tiefpass



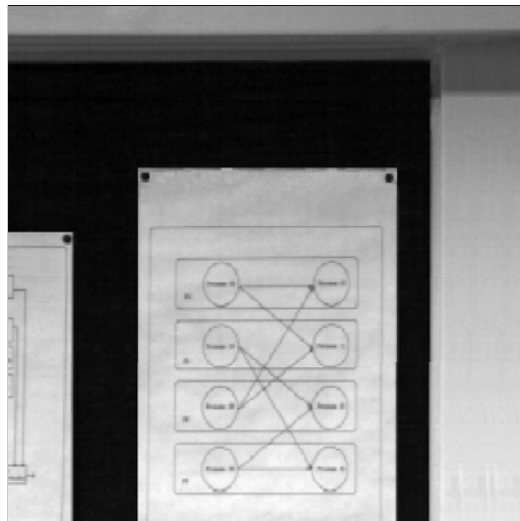
TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



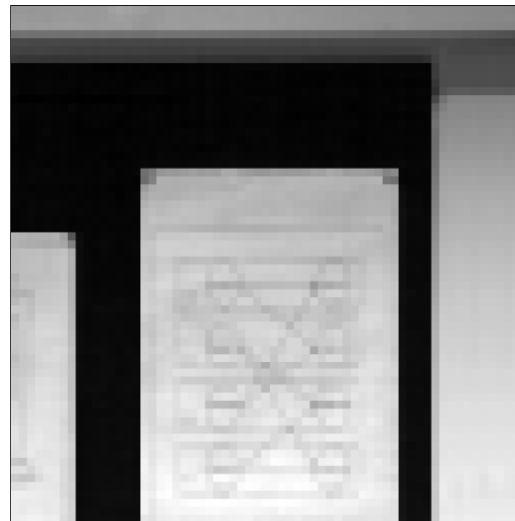
TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



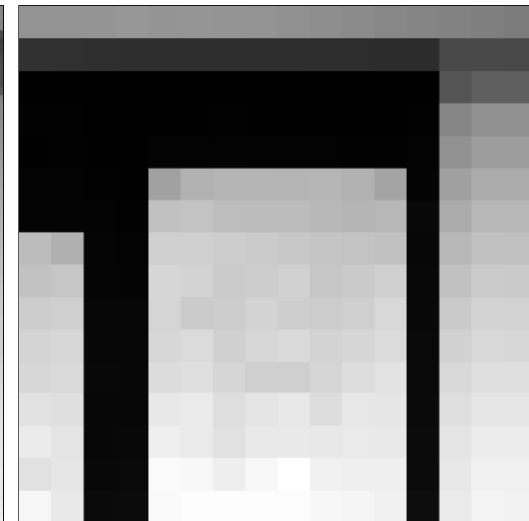
TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=5,4

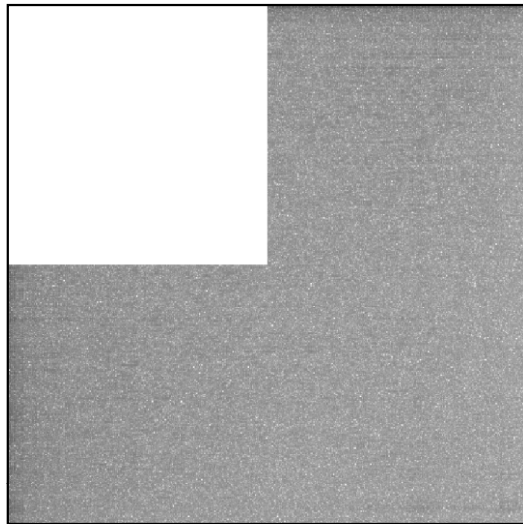


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=9,7

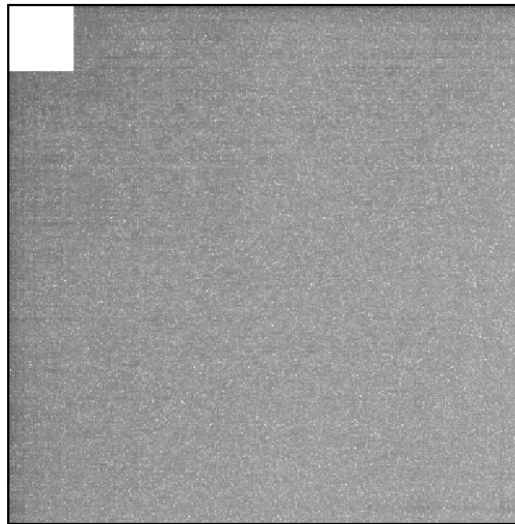


TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=12,8

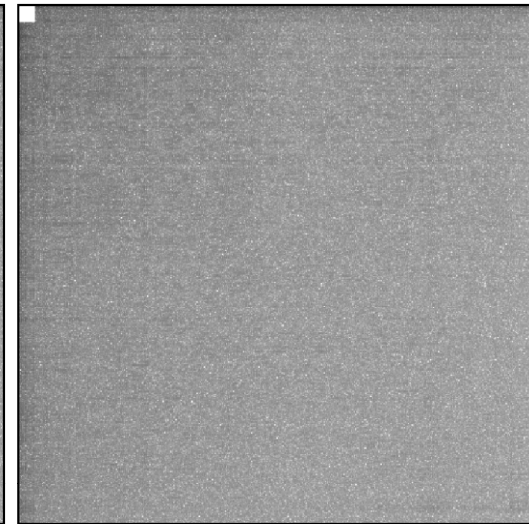
Walsh-Transformation (künstliche Szene) - Hochpass



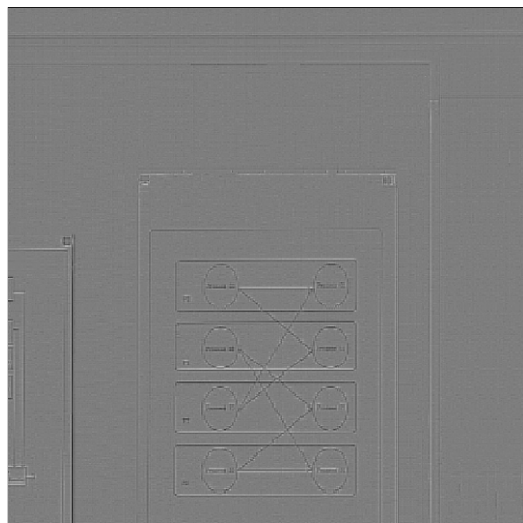
HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum



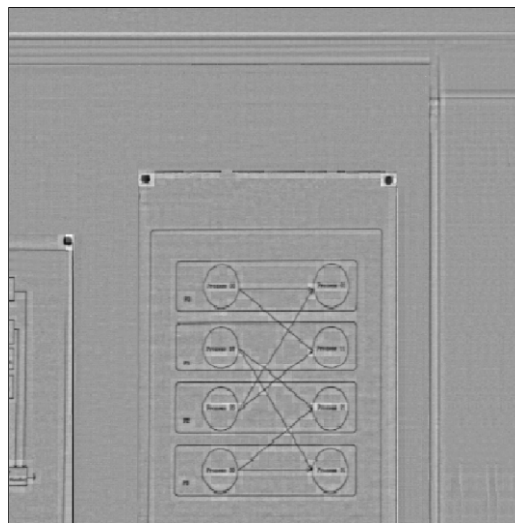
HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum



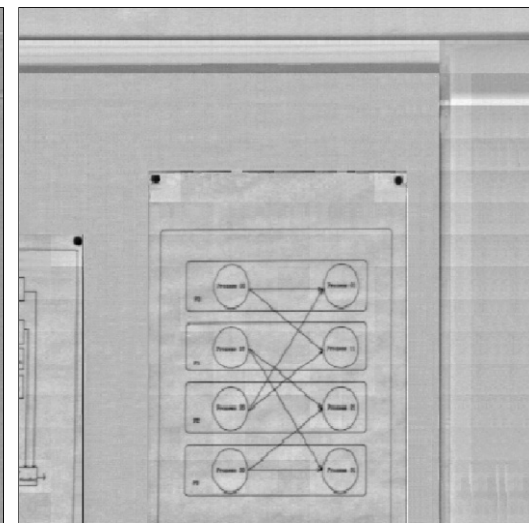
HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 256^2 Werten, RMSE=150,9

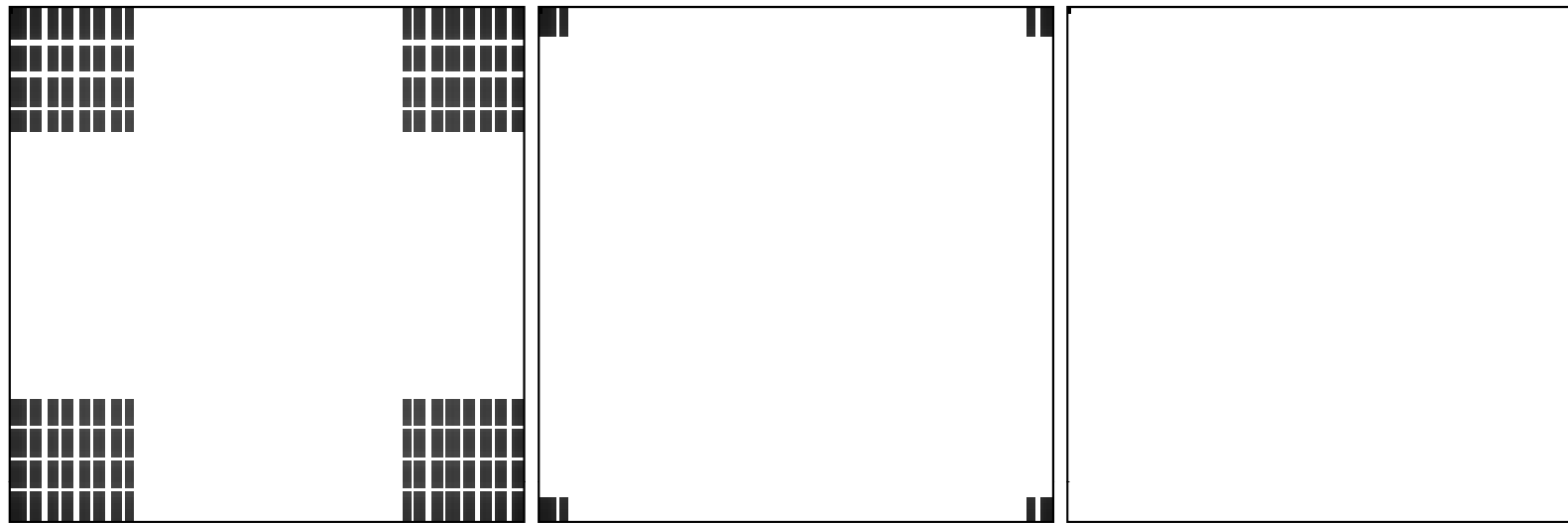


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 64^2 Werten, RMSE=151,1



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 16^2 Werten, RMSE=151,3

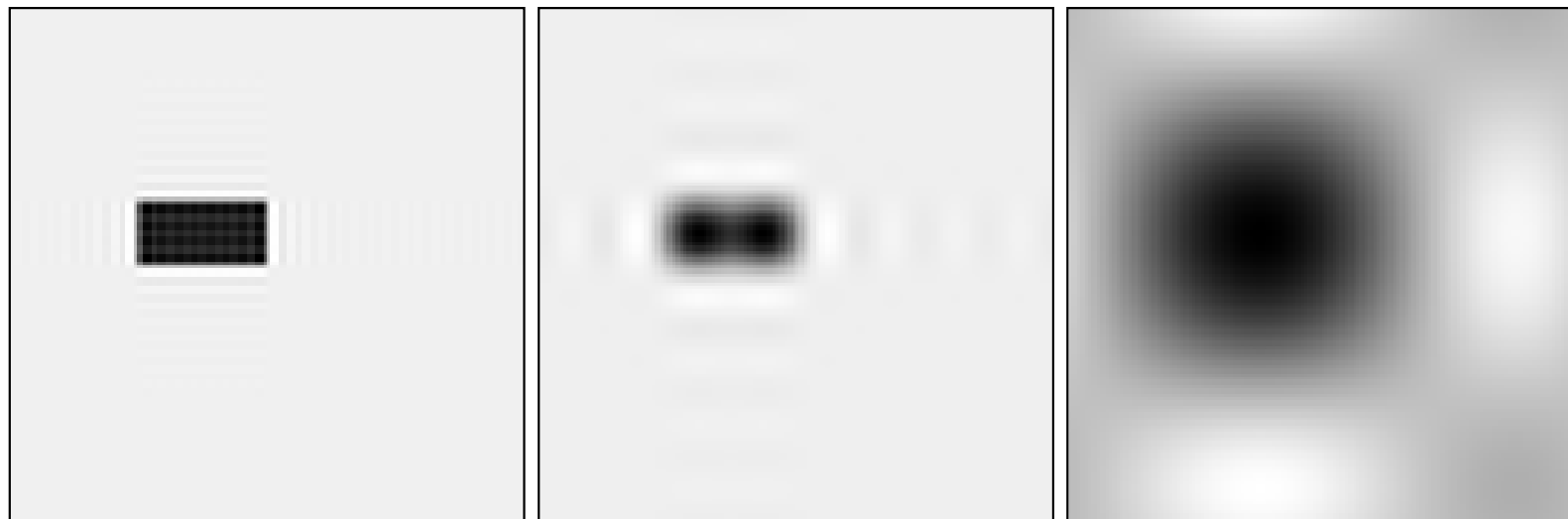
Fourier-Transformation eines Rechtecks - Tiefpass



TP. mit 256^2 Werten, Spektrum

TP. mit 64^2 Werten, Spektrum

TP. mit 16^2 Werten, Spektrum

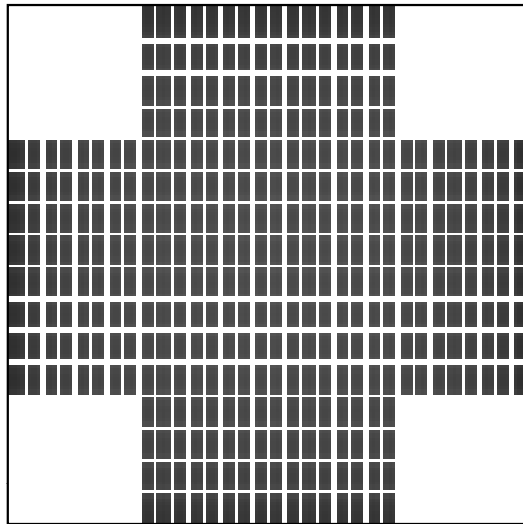


TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=7,8

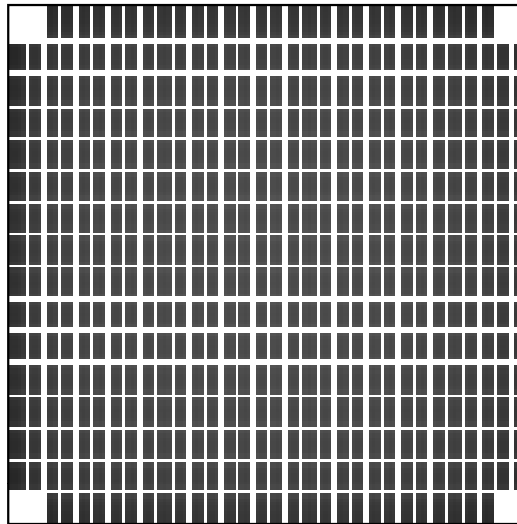
TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=16,9

TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=39,4

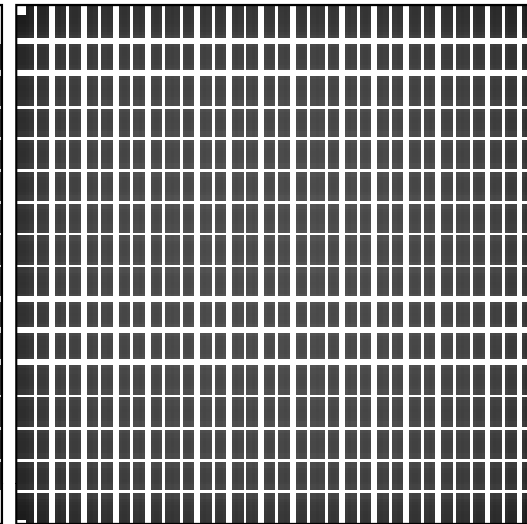
Fourier-Transformation eines Rechtecks - Hochpass



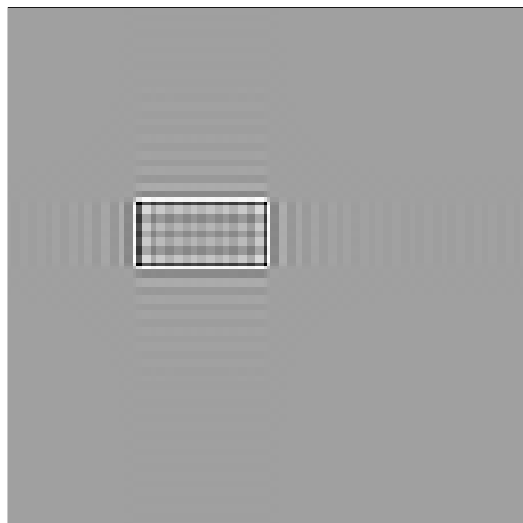
HP. mit $512^2 \cdot 256^2$ Werten,
Spektrum



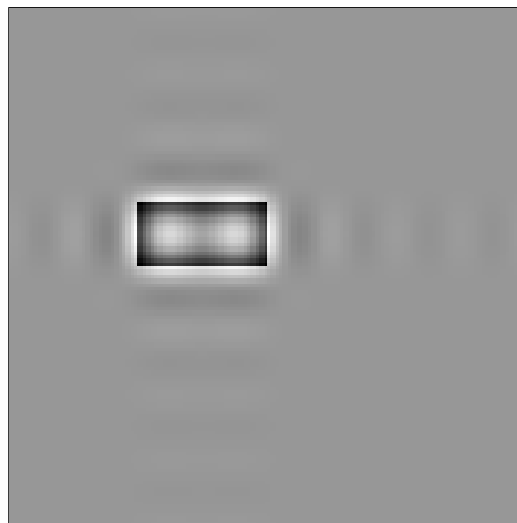
HP. mit $512^2 \cdot 64^2$ Werten,
Spektrum



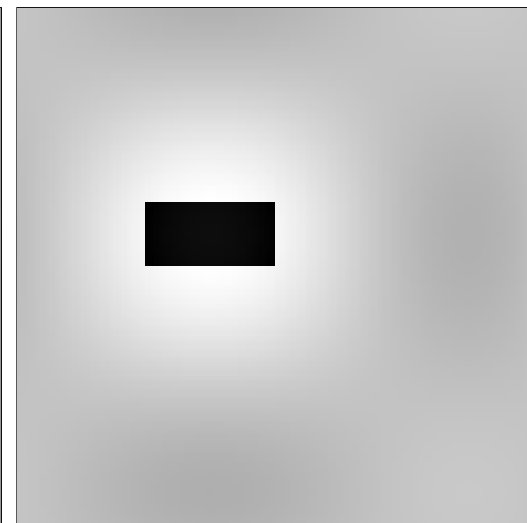
HP. mit $512^2 \cdot 16^2$ Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit $512^2 \cdot 256^2$ Werten, RMSE=250,9

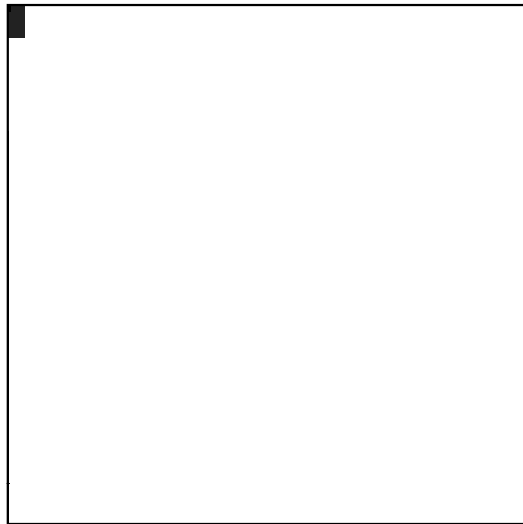


HP-Rücktransf. mit $512^2 \cdot 64^2$ Werten, RMSE=250,4

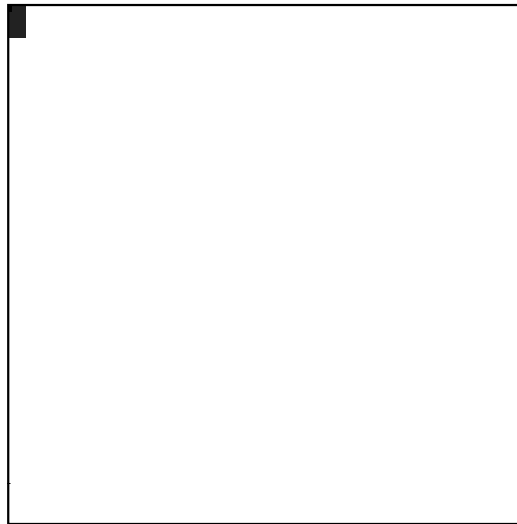


HP-Rücktransf. mit $512^2 \cdot 16^2$ Werten, RMSE=247,9

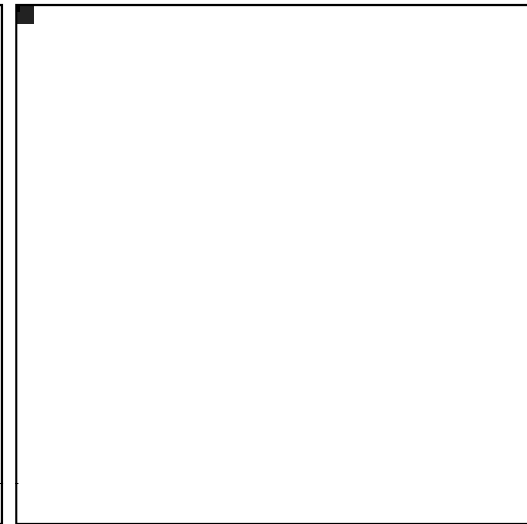
Walsh-Transformation eines Rechtecks - Tiefpass



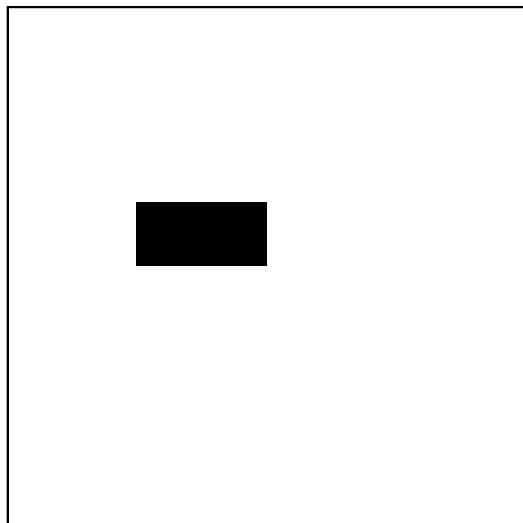
TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



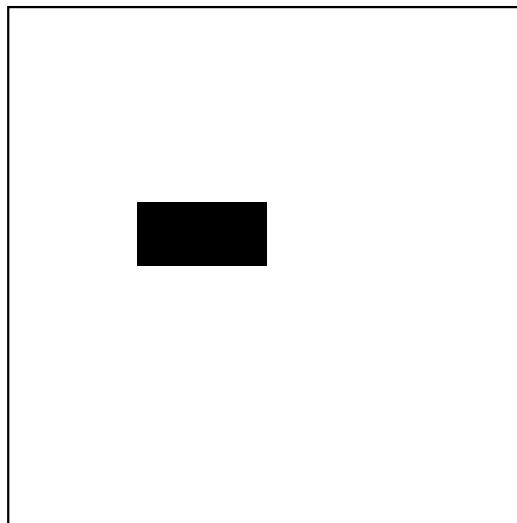
TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



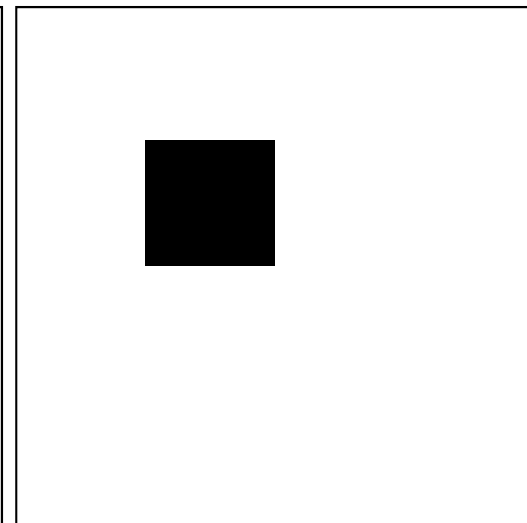
TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=0,0

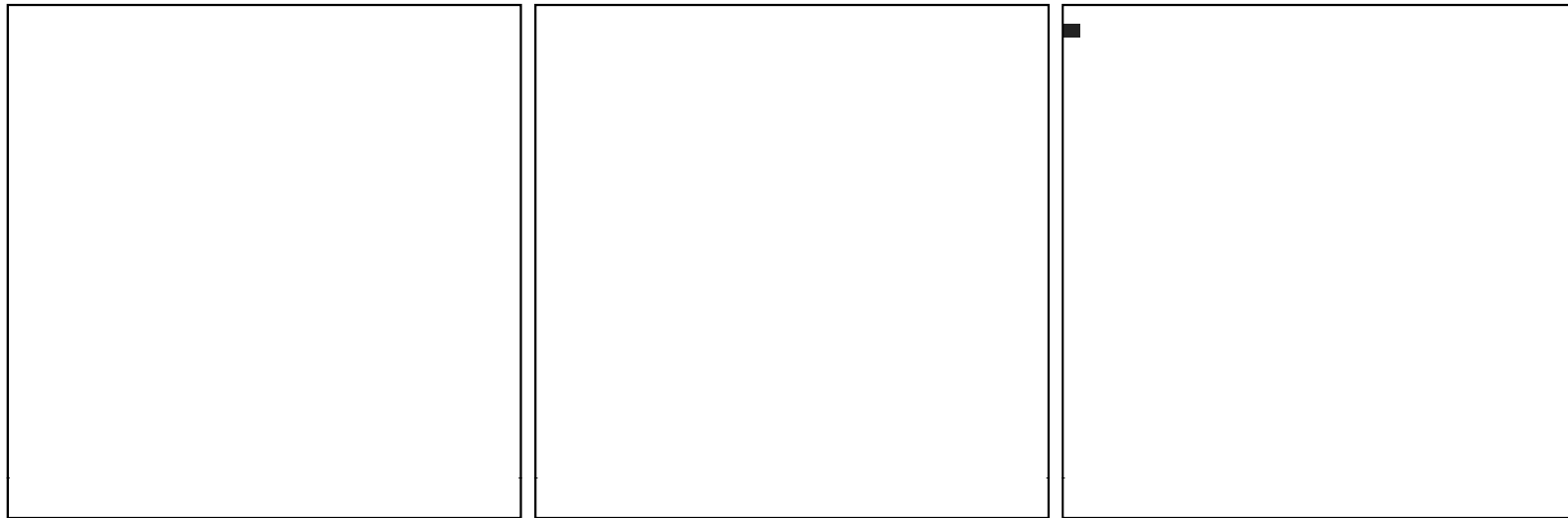


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=0,0



TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=31,9

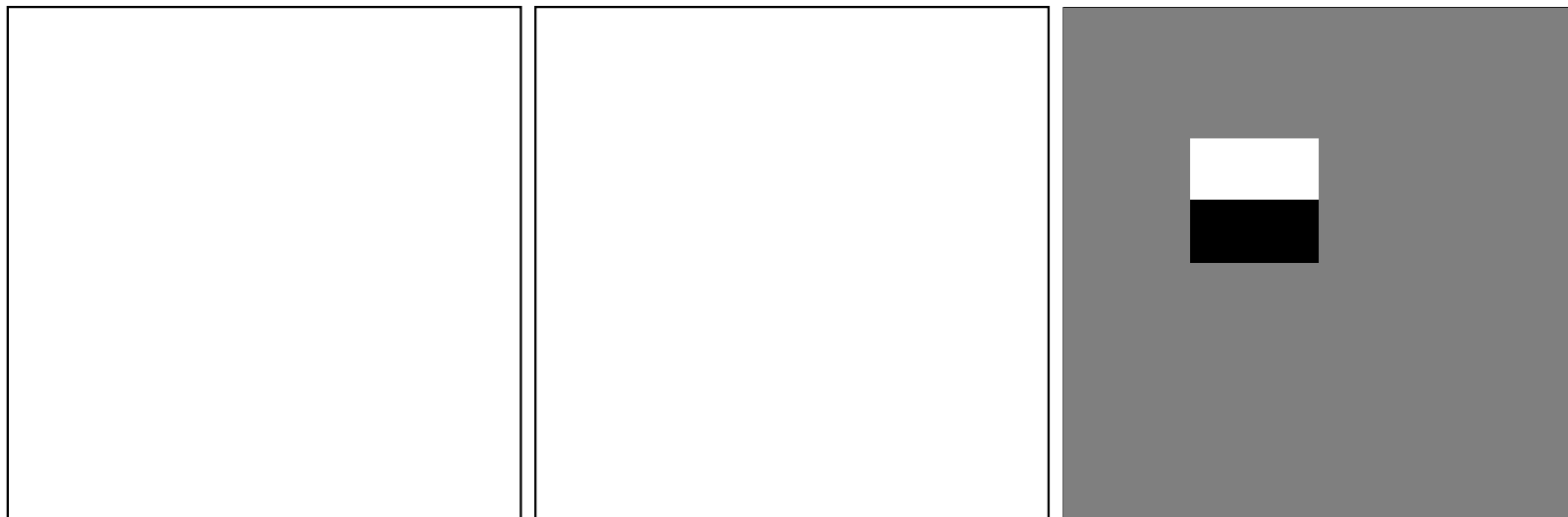
Walsh-Transformation eines Rechtecks - Hochpass



HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum

HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum

HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum

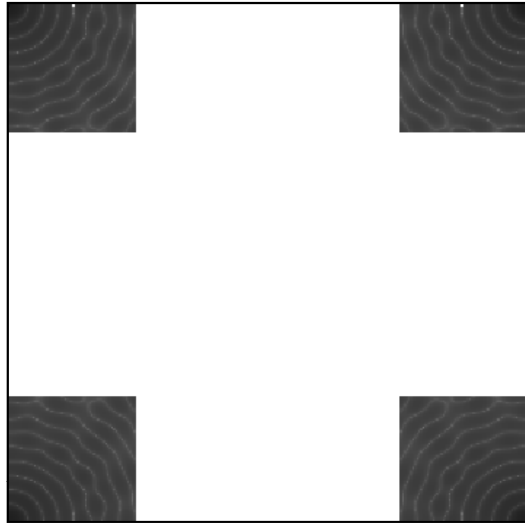


HP-Rücktransf. mit 512^2-64^2 Werten, RMSE=251,0

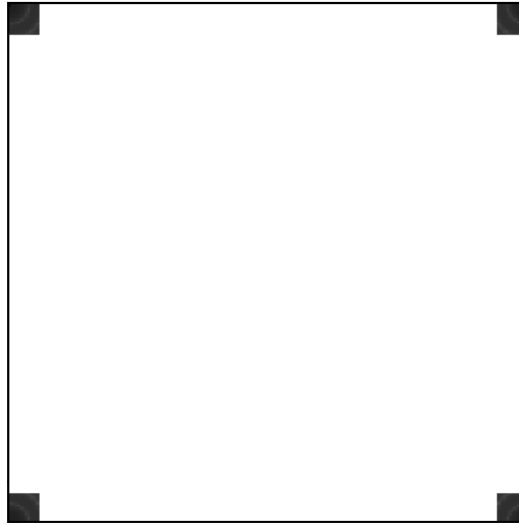
HP-Rücktransf. mit 512^2-16^2 Werten, RMSE=251,0

HP-Rücktransf. mit 512^2-4^2 Werten, RMSE=249,0

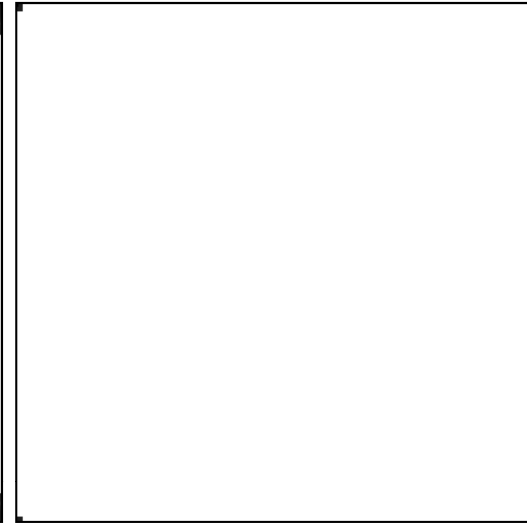
Fourier-Transformation eines Kreises - Tiefpass



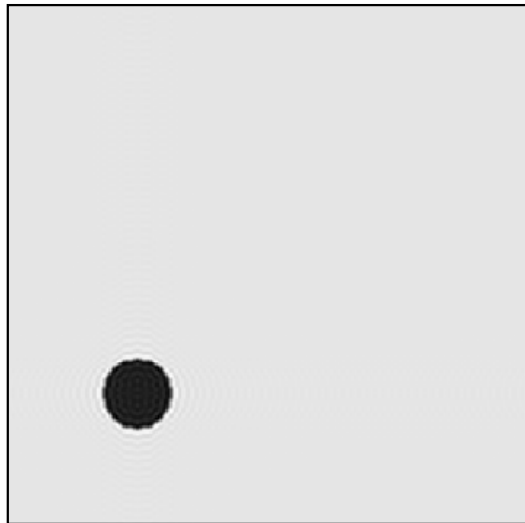
TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



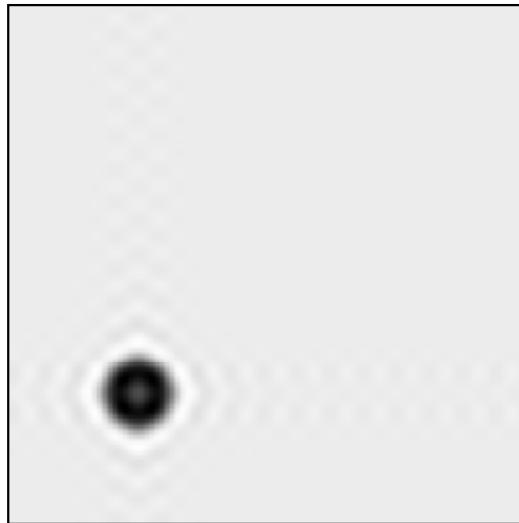
TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



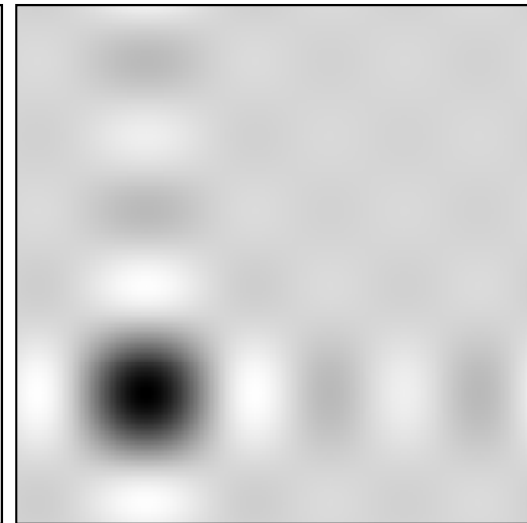
TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=4,2

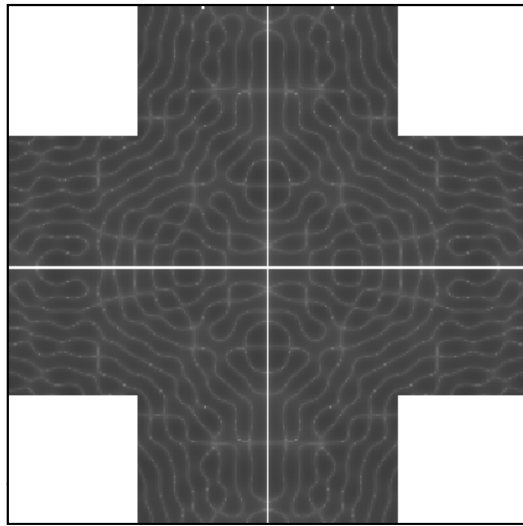


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=9,0

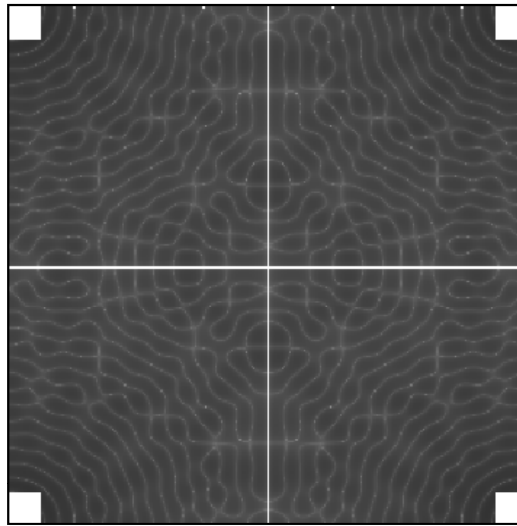


TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=21,7

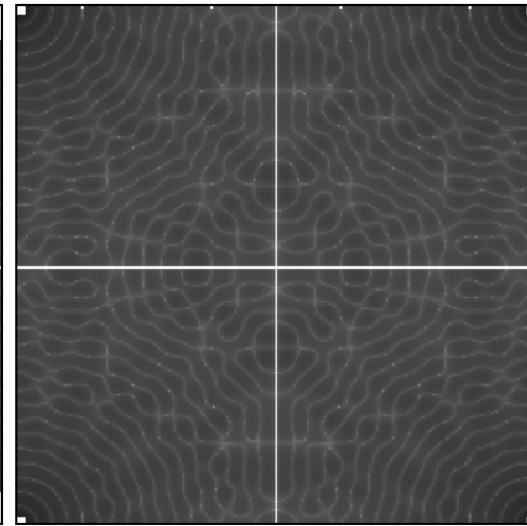
Fourier-Transformation eines Kreises - Hochpass



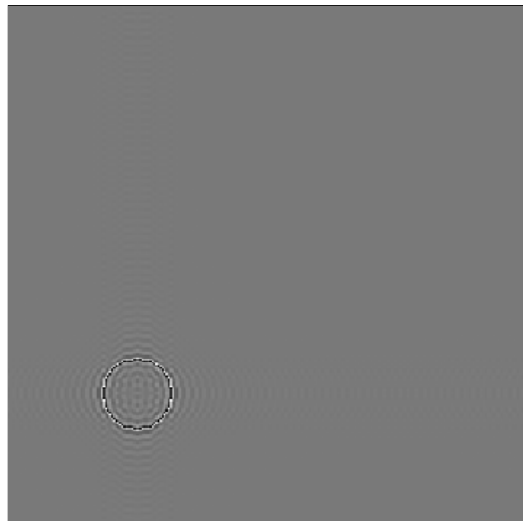
HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum



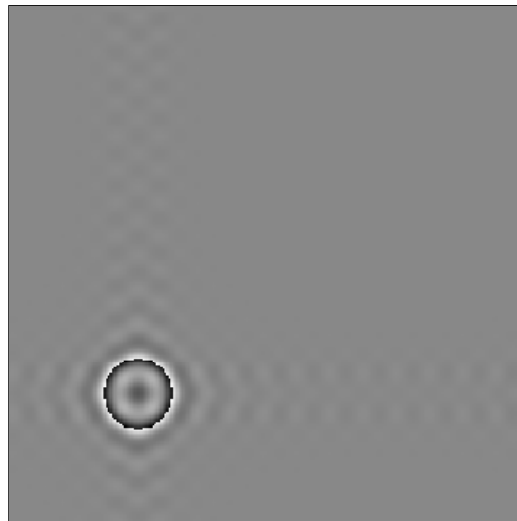
HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum



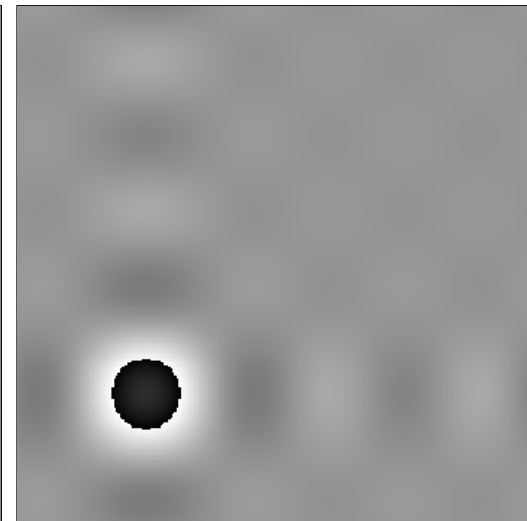
HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 256^2 Werten, RMSE=253,1

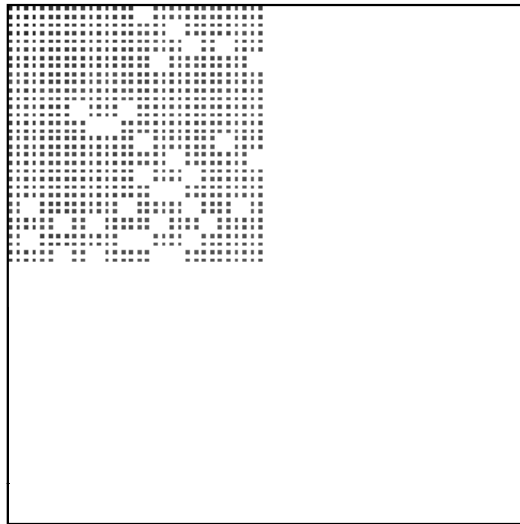


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 64^2 Werten, RMSE=253,0

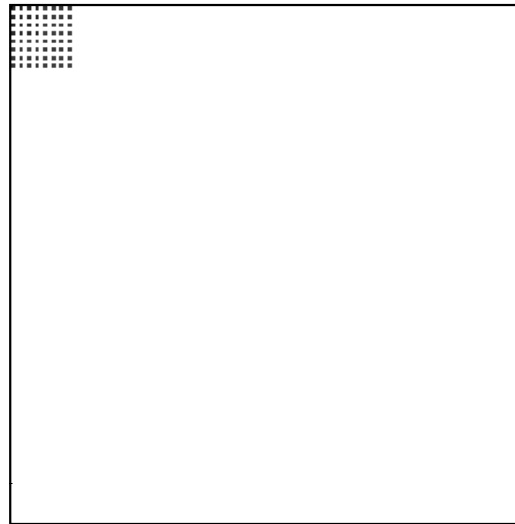


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 16^2 Werten, RMSE=252,2

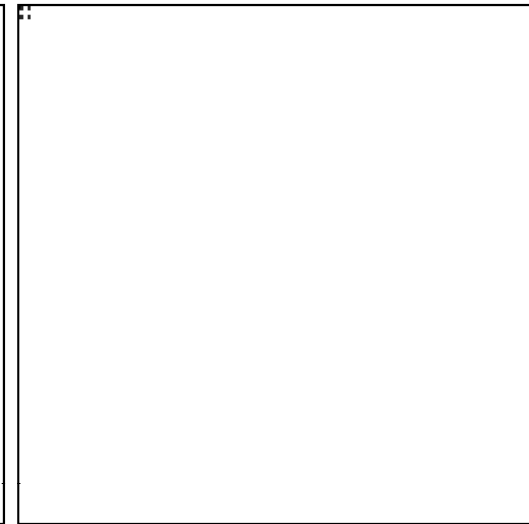
Walsh-Transformation eines Kreises - Tiefpass



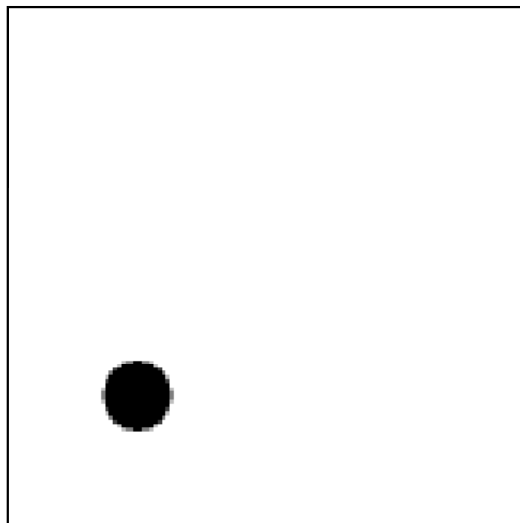
TP. mit 256^2 Werten, Spektrum



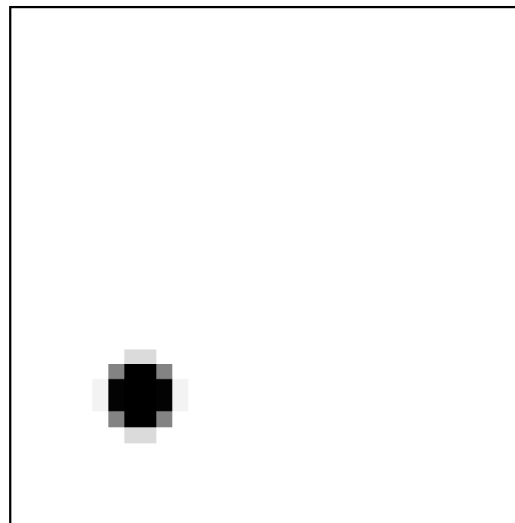
TP. mit 64^2 Werten, Spektrum



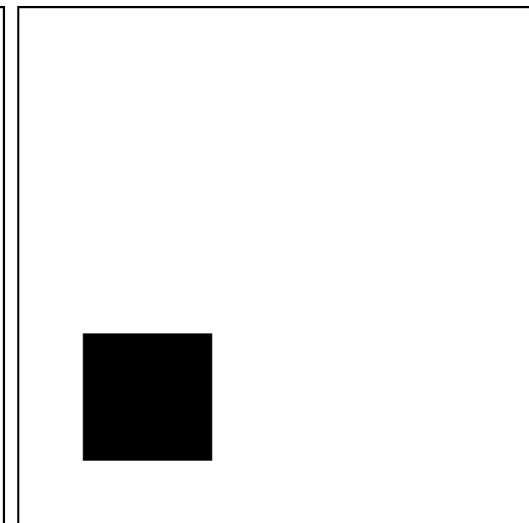
TP. mit 16^2 Werten, Spektrum



TP-Rücktransf. mit
 256^2 Werten, RMSE=5,8

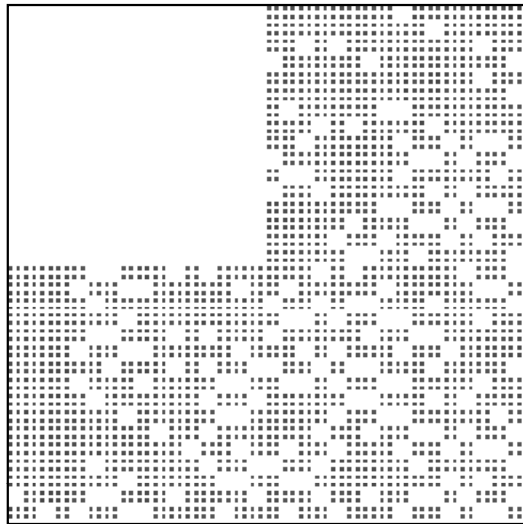


TP-Rücktransf. mit
 64^2 Werten, RMSE=10,5

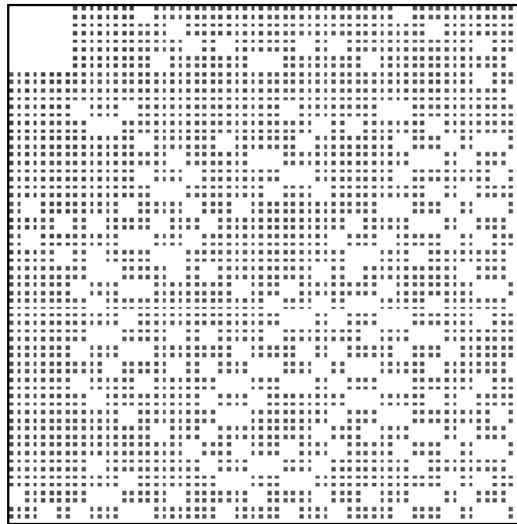


TP-Rücktransf. mit
 16^2 Werten, RMSE=26,8

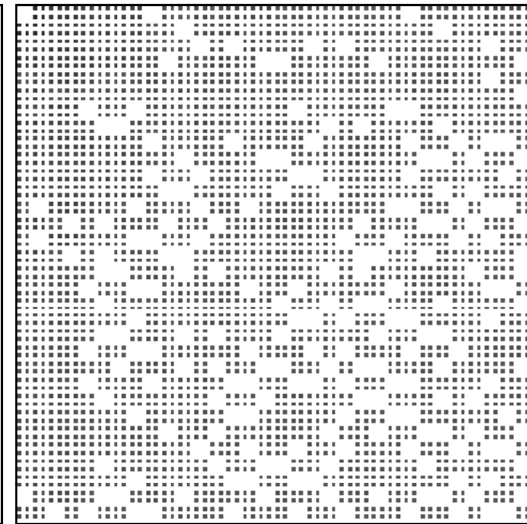
Walsh-Transformation eines Kreises - Hochpass



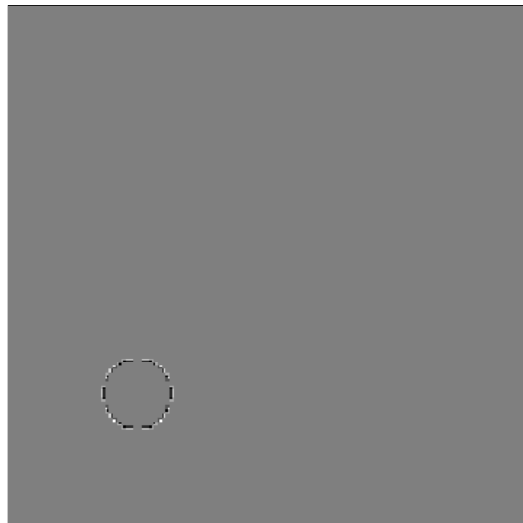
HP. mit 512^2-256^2 Werten,
Spektrum



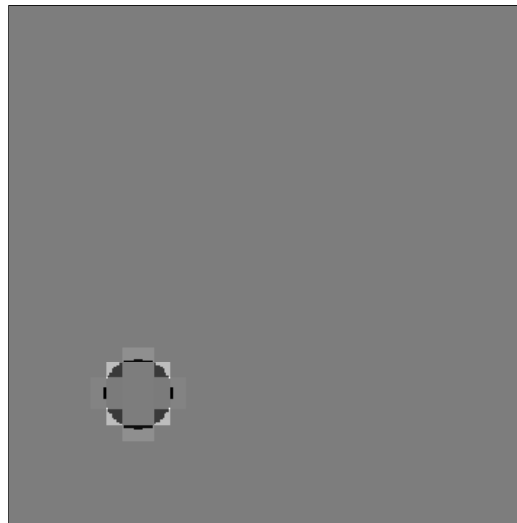
HP. mit 512^2-64^2 Werten,
Spektrum



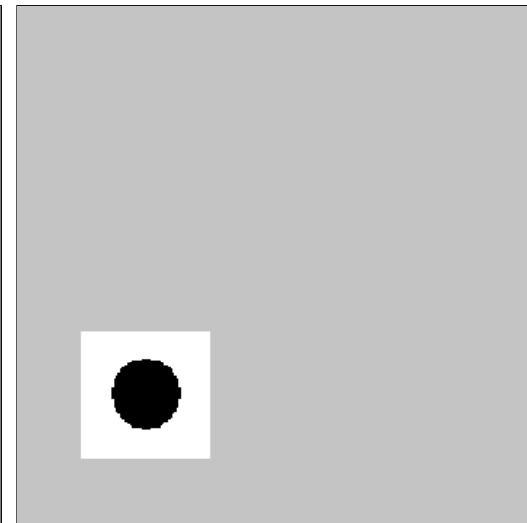
HP. mit 512^2-16^2 Werten,
Spektrum



HP-Rücktransf. mit 512^2-
 256^2 Werten, RMSE=253,1

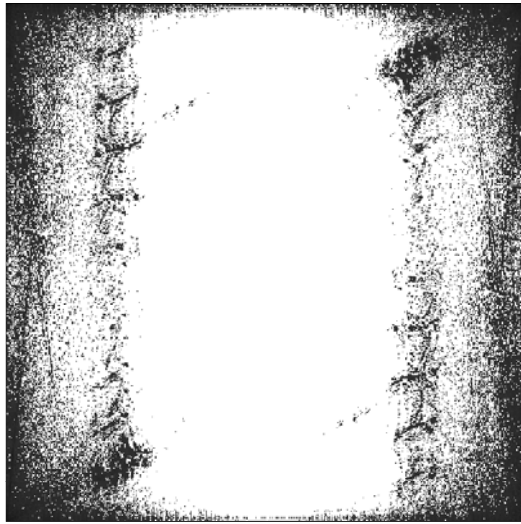


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 64^2 Werten, RMSE=253,0

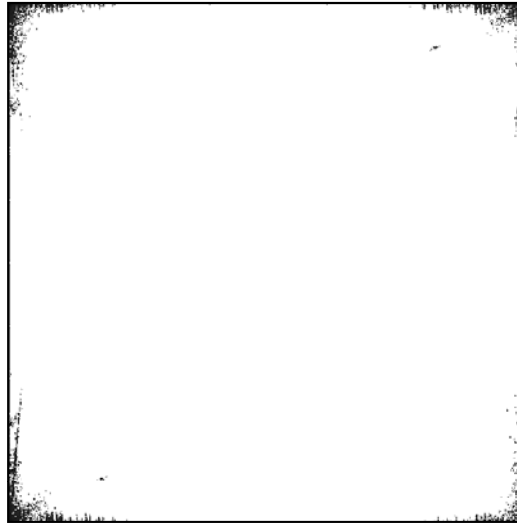


HP-Rücktransf. mit 512^2-
 16^2 Werten, RMSE=251,8

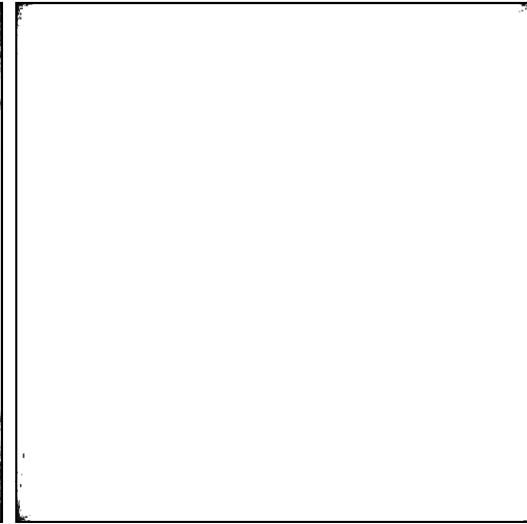
Fourier-Transformation mit den N größten Koeffizienten



256² größte Werte, Spektrum



64² größte Werte, Spektrum



16² größte Werte, Spektrum



Rücktransf. mit den
256² größten Werten, RMSE=5,29

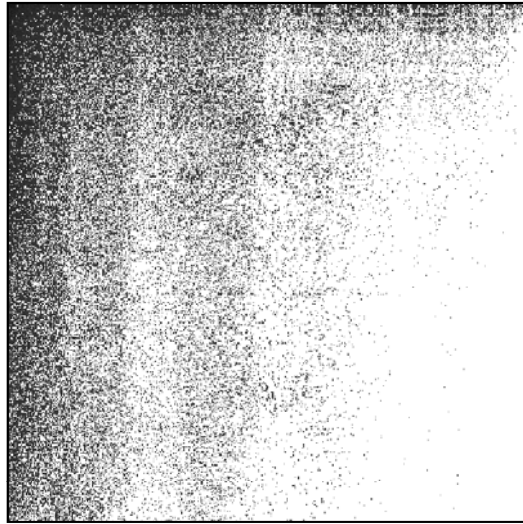


Rücktransf. mit den
64² größten Werten, RMSE=17,8

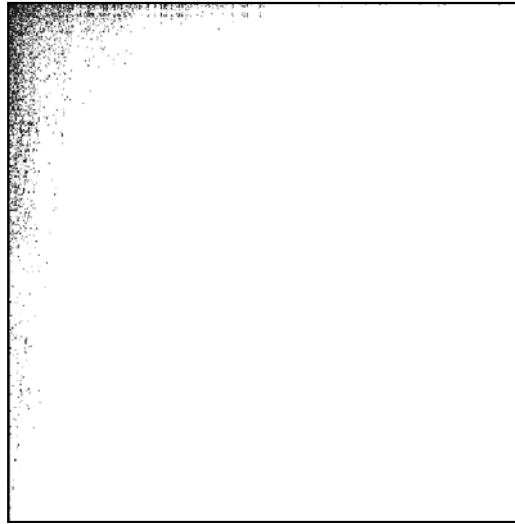


Rücktransf. mit den
16² größten Werten, RMSE=30,4

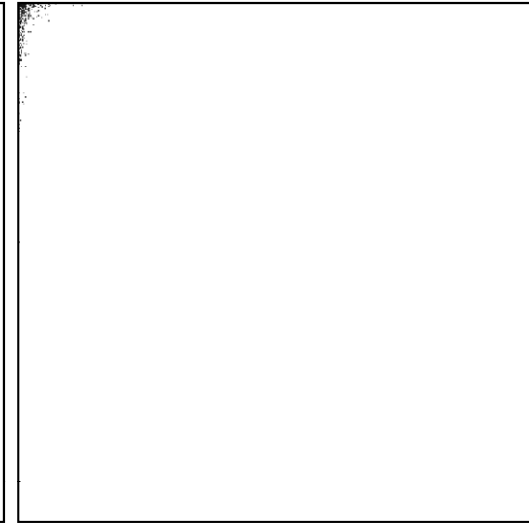
Walsh-Transformation mit den N größten Koeffizienten



256² größte Werte, Spektrum



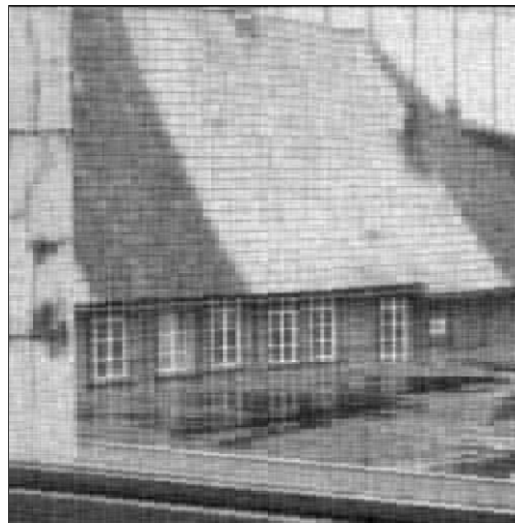
64² größte Werte, Spektrum



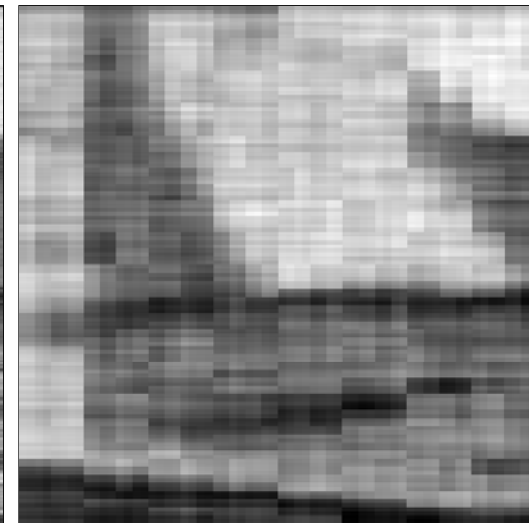
16² größte Werte, Spektrum



Rücktransf. mit den
256² größten Werten, RMSE=6,26



Rücktransf. mit den
64² größten Werten, RMSE=19,5



Rücktransf. mit den
16² größten Werten, RMSE=31,4

Vergleich der Transformation mit den N größten Koeffizienten

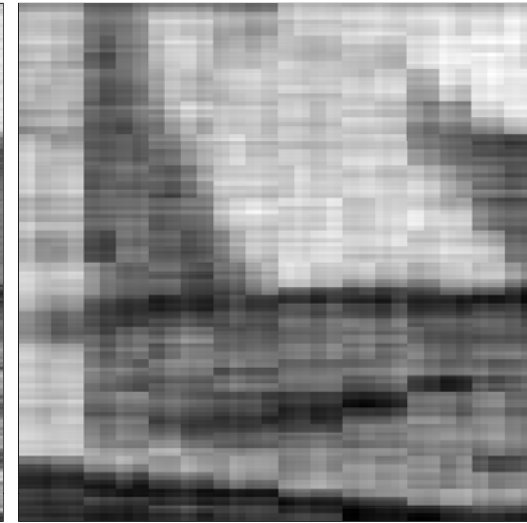
Walsh



Rücktransf. mit den
 256^2 größten Werten, RMSE=6,26



Rücktransf. mit den
 64^2 größten Werten, RMSE=19,5



Rücktransf. mit den
 16^2 größten Werten, RMSE=31,4

Fourier



Rücktransf. mit den
 256^2 größten Werten, RMSE=5,29

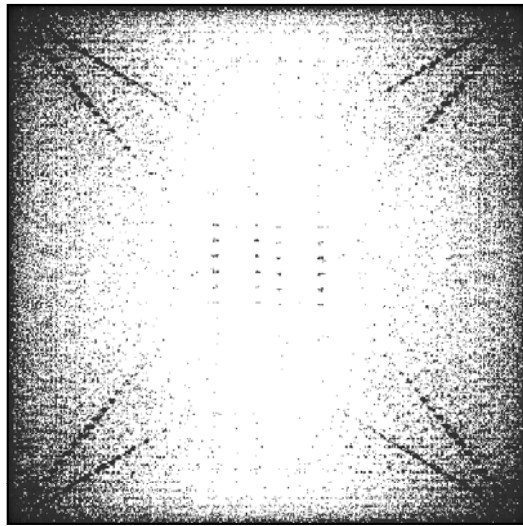


Rücktransf. mit den
 64^2 größten Werten, RMSE=17,8

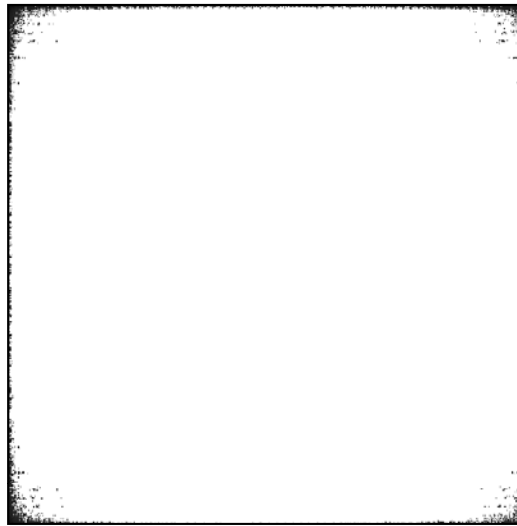


Rücktransf. mit den
 16^2 größten Werten, RMSE=30,4

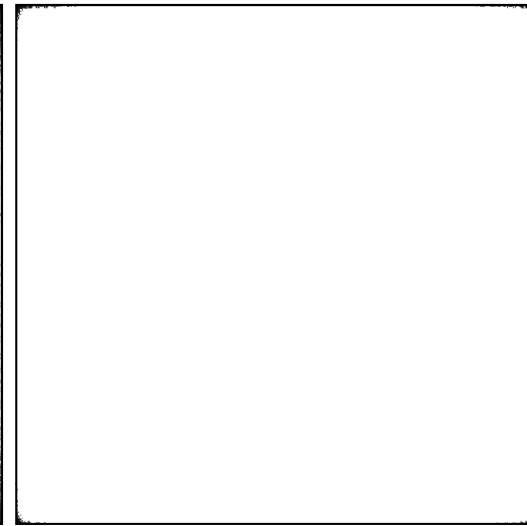
Fourier-Transformation mit den N größten Koeffizienten



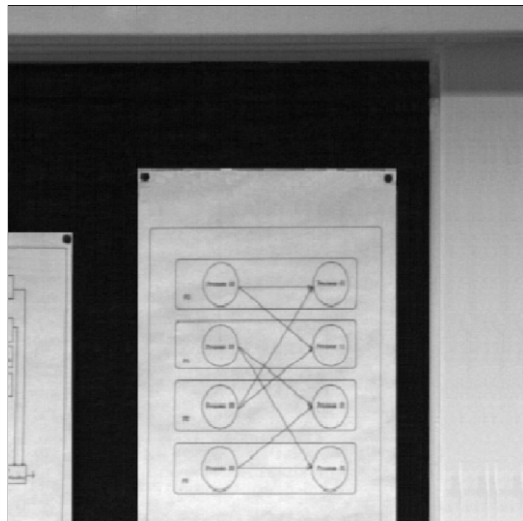
256² größte Werte, Spektrum



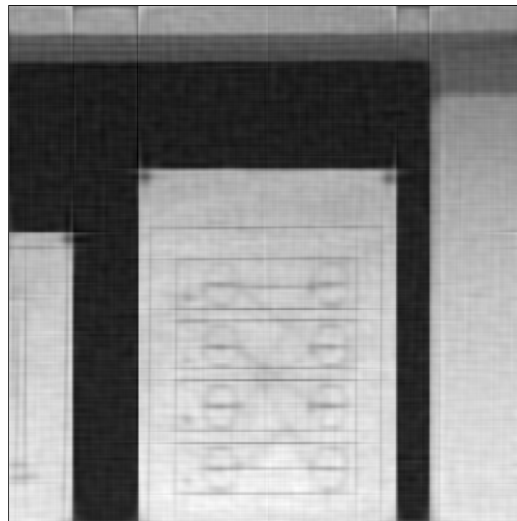
64² größte Werte, Spektrum



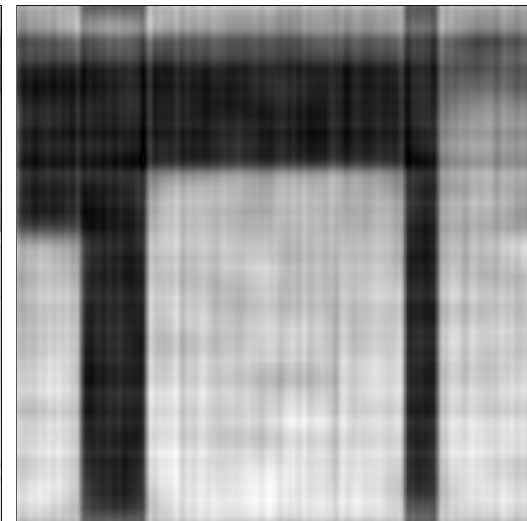
16² größte Werte, Spektrum



Rücktransf. mit den
256² größten Werten, RMSE=2,04

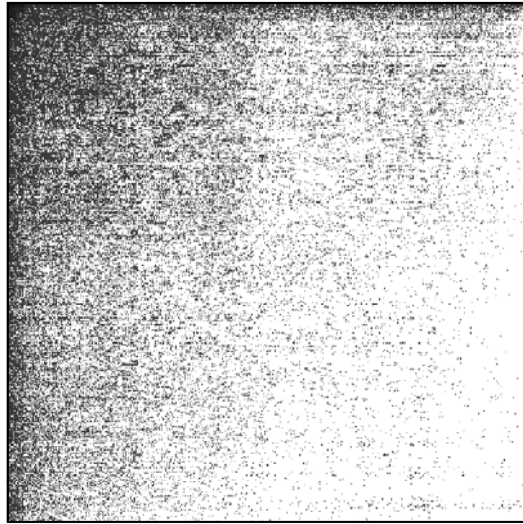


Rücktransf. mit den
64² größten Werten, RMSE=6,85

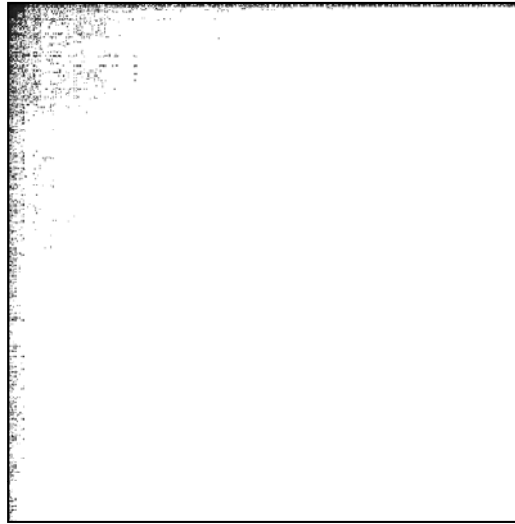


Rücktransf. mit den
16² größten Werten, RMSE=15,9

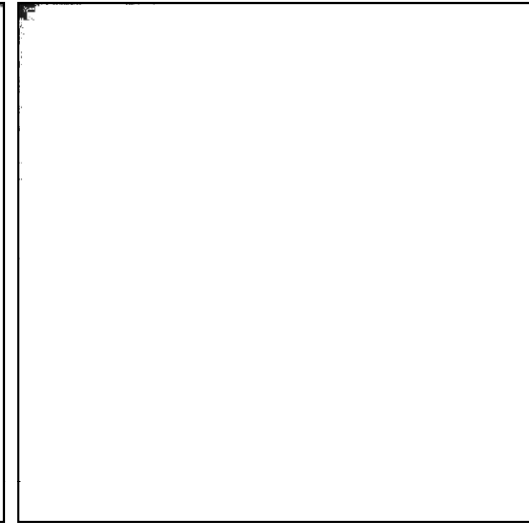
Walsh-Transformation mit den N größten Koeffizienten



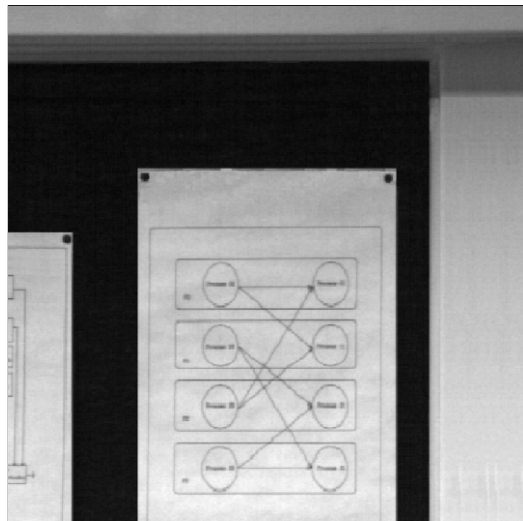
256² größte Werte, Spektrum



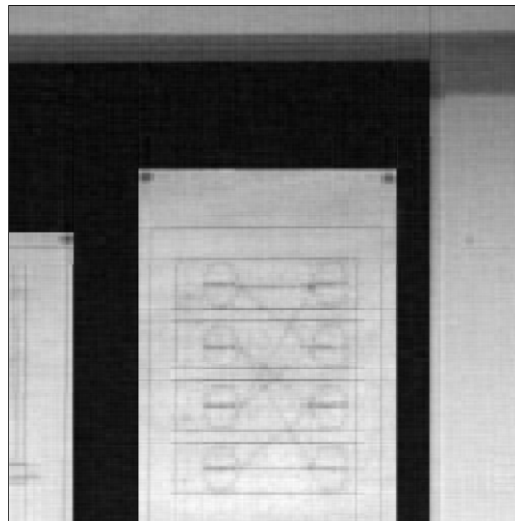
64² größte Werte, Spektrum



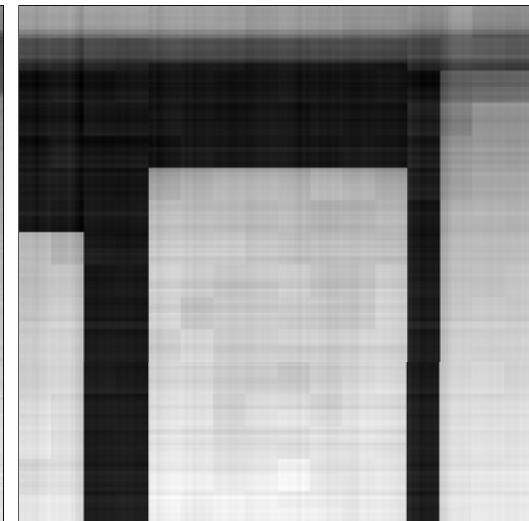
16² größte Werte, Spektrum



Rücktransf. mit den
256² größten Werten, RMSE=2,09



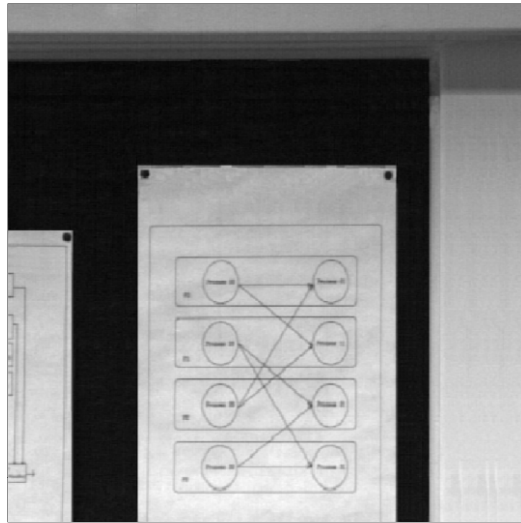
Rücktransf. mit den
64² größten Werten, RMSE=5,97



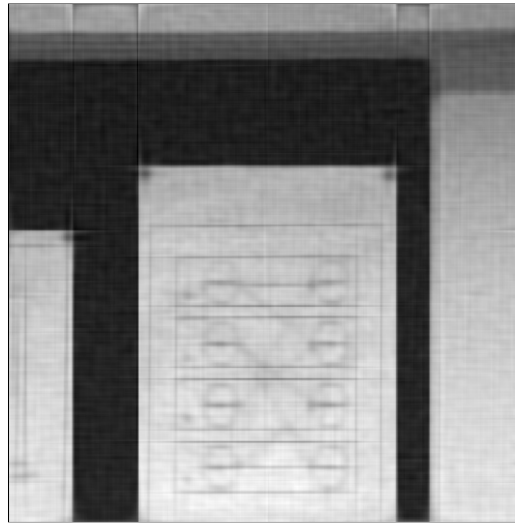
Rücktransf. mit den
16² größten Werten, RMSE=10,7

Vergleich der Transformation mit den N größten Koeffizienten

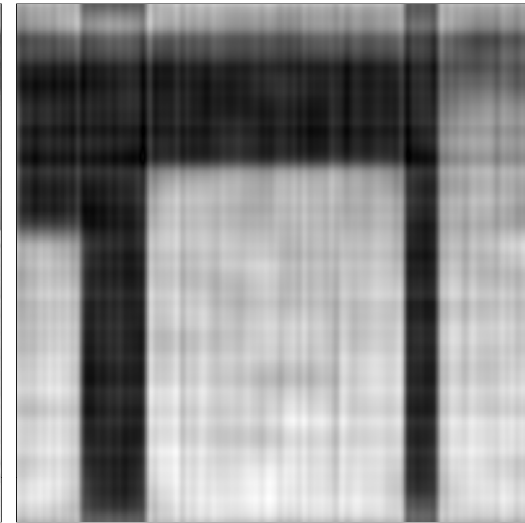
Fourier



Rücktransf. mit den 256^2 größten Werten, RMSE=2,04

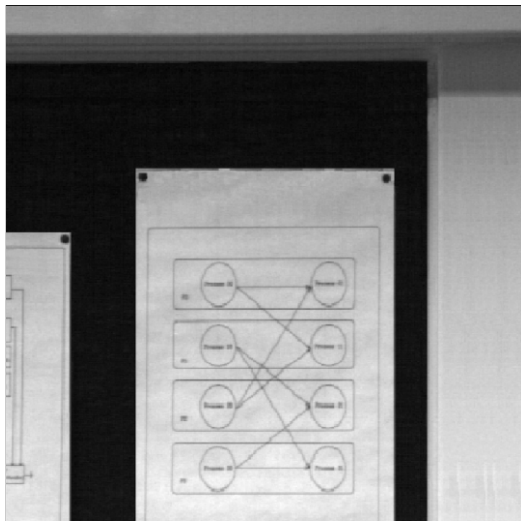


Rücktransf. mit den 64^2 größten Werten, RMSE=6,85

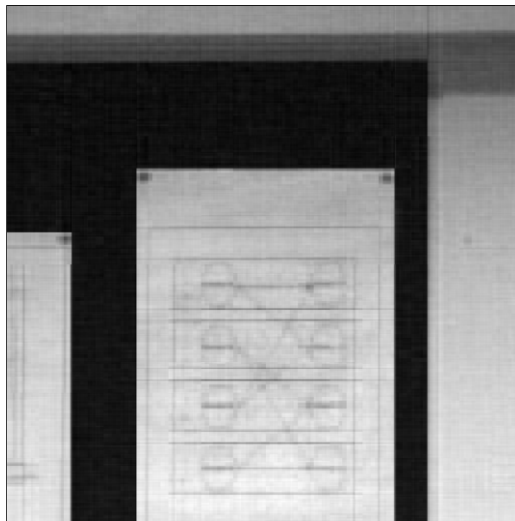


Rücktransf. mit den 16^2 größten Werten, RMSE=15,9

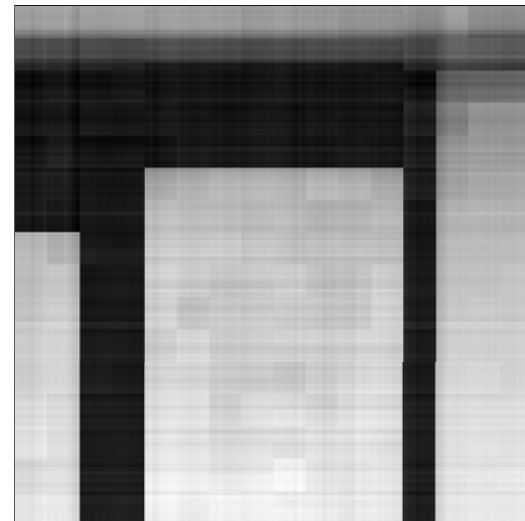
Walsh



Rücktransf. mit den 256^2 größten Werten, RMSE=2,09



Rücktransf. mit den 64^2 größten Werten, RMSE=5,97



Rücktransf. mit den 16^2 größten Werten, RMSE=10,7