Computer Vision I

Nikos Canterakis

Lehrstuhl für Mustererkennung,
Universität Freiburg

Gliederung

Selbstkalibrierungsrelationen

$$\mathbf{P}_1 \sim (I; \mathbf{0})$$
$$\mathbf{P}_2 \sim (\mathbf{A}_2; \mathbf{a}_2)$$
$$\dots$$
$$\mathbf{P}_i \sim (\mathbf{A}_i; \mathbf{a}_i)$$

$$\pi_\infty \sim \begin{pmatrix} \mathbf{p}_\infty \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{p}_\infty^T \mathbf{K}_1 & 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} I & \mathbf{0} \\ -\mathbf{p}_\infty^T & 1 \end{pmatrix}}_{3+} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}}_{5} = 8 \text{ Parameter}$$

$$\mathbf{P}_{M1} \sim \mathbf{K}_1 (I; \mathbf{0})$$
$$\mathbf{P}_{M2} \sim \mathbf{K}_2 \mathbf{R}_2 (I; -\mathbf{c}_2)$$
$$\dots$$
$$\mathbf{P}_{Mi} \sim \mathbf{K}_i \mathbf{R}_i (I; -\mathbf{c}_i)$$

$$\pi_{M\infty} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Selbstkalibrierungsrelationen

$$\mathbf{P}_i\mathbf{H} \sim \mathbf{P}_{Mi} \tag{1}$$
$$\mathbf{H}^{-1}\mathbf{X} \sim \mathbf{X}_M \tag{2}$$
$$\mathbf{H}^T\boldsymbol{\pi} \sim \boldsymbol{\pi}_M \tag{3}$$
$$\mathbf{H}^T\boldsymbol{\pi}_\infty \sim \boldsymbol{\pi}_{M\infty} \tag{4}$$
$$\mathbf{H}^T\mathbf{Q}\mathbf{H} \sim \mathbf{Q}_M \tag{5}$$
$$\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Q}^*\mathbf{H}^{-T} \sim \mathbf{Q}^*_M \tag{6}$$
$$\mathbf{Q}^* \sim \mathbf{H}\mathbf{Q}^*_M\mathbf{H}^T \tag{7}$$
$$\mathbf{Q}^*_\infty \sim \mathbf{H}\mathbf{Q}^*_{M\infty}\mathbf{H}^T \tag{8}$$
$$\omega^*_i \sim \mathbf{P}_i\mathbf{Q}^*_\infty\mathbf{P}_i^T \sim \omega^*_{Mi} \sim \mathbf{P}_{Mi}\mathbf{Q}^*_{M\infty}\mathbf{P}_{Mi}^T \tag{9}$$

Gliederung

Selbstkalibrierung unter Verwendung der absoluten dualen Quadrik

- $\mathbf{Q}^*$ ist eine 4×4 Matrix mit Rang 3.
- Enthält beides: $\boldsymbol{\pi}_\infty$ und $\boldsymbol{\Omega}_\infty$
  z.B. $\mathbf{Q}^*_\infty \boldsymbol{\pi}_\infty = \mathbf{0}$
- Projektion: $\boldsymbol{\omega}^* \sim \mathbf{P}\mathbf{Q}^*_\infty\mathbf{P}^T \sim \mathbf{K}\mathbf{K}^T$
  Bedingungen an $\boldsymbol{\omega}^*$ werden auf Bedingungen an $\mathbf{Q}^*_\infty$ (via $\mathbf{P}$, bekannt) übertragen.
- Nach Bestimmung von $\mathbf{Q}^*_\infty$ Faktorisierung:

$$\mathbf{Q}^*_\infty \sim \mathbf{H} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}^T \Rightarrow \mathbf{H}$$

- Ist äquivalent zu den Selbstkalibrierungsrelationen.

Selbstkalibrierung unter Verwendung der absoluten dualen Quadrik

Beispiel

1. Sei der Hauptpunkt bekannt: $\mathbf{p} = \mathbf{0}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\mathbf{P}_i \mathbf{Q}_\infty^* \mathbf{P}_i^T\right)_{13} = \left(\mathbf{P}_i \mathbf{Q}_\infty^* \mathbf{P}_i^T\right)_{23} &= 0 \\ \text{aus } \omega_{13}^* = \omega_{23}^* &= 0 \end{aligned}$$

2. Keine Schiefe: $\omega_{12}^* \omega_{33}^* = \omega_{13}^* \omega_{23}^*$
   usw.

Selbstkalibrierung - Grundgleichungen

$$\mathbf{K}_i\mathbf{R}_i \sim \left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)\mathbf{K}_1$$

$$\mathbf{K}_i\mathbf{K}_i^T \sim \left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)\mathbf{K}_1\mathbf{K}_1^T\left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)^T$$

$$\omega_i^* \sim \left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)\omega_i^*\left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)^T$$

$$\omega_i \sim \left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)^{-T}\omega_i\left(\mathbf{A}_i - \mathbf{a}_i\mathbf{p}_\infty^T\right)^{-1}$$

ω_i bzw. ω_i^* und $\mathbf{p}_\infty$: unbekannt
$\mathbf{A}_i, \mathbf{a}_i$: bekannt.

Selbstkalibrierung mittels mehrerer Sichten

Bedingungen an $\mathbf{K}_i$ bzw ω_i liefern Bestimmungsgleichungen für die Parameter von $\mathbf{p}_\infty$ und $\mathbf{K}_1$. Alle Selbstkalibrierungsmethoden sind Variationen zur Lösung dieser Gleichungen.

Beispiel

$\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_1 \forall i$

Dann liefert jede Sicht, ab der zweiten, 5 Gleichungen $\Rightarrow$ 3 Sichten reichen aus.

Gliederung

Selbstkalibrierung - Starre Kamerabewegung

Das Bild des absoluten Kegelschnitts bleibt während der Bewegung fest. $\boldsymbol{\Omega}_\infty \Leftrightarrow$ metrische Geometrie.

- z.B. über Bestimmung der absoluten dualen Quadrik (bei vielen Sichten) oder
- Lösung der Kruppa Gleichungen bei wenigen Sichten.
- geschichtete (stratified) Methoden:
  1. bestimme $\boldsymbol{\pi}_\infty$ (u.f.E., z.B. über Fluchtpunkten, ...)
  2. dann den absoluten Kegelschnitt.
     Vorteil bei bekannter u.f.E.: Lineares Problem.

Selbstkalibrierungsrelationen

$$\mathbf{P}_1 \sim (I; \mathbf{0})$$
$$\mathbf{P}_2 \sim (\mathbf{A}_2; \mathbf{a}_2)$$
$$\dots$$
$$\mathbf{P}_i \sim (\mathbf{A}_i; \mathbf{a}_i)$$

$$\boldsymbol{\pi}_\infty \sim \begin{pmatrix} \mathbf{p}_\infty \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{p}_\infty^T \mathbf{K}_1 & 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} I & \mathbf{0} \\ -\mathbf{p}_\infty^T & 1 \end{pmatrix}}_{3+} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}}_{5}$$

$= 8$ Parameter

$$\mathbf{P}_{M1} \sim \mathbf{K}_1 (I; \mathbf{0})$$
$$\mathbf{P}_{M2} \sim \mathbf{K}_2 \mathbf{R}_2 (I; -\mathbf{c}_2)$$
$$\dots$$
$$\mathbf{P}_{Mi} \sim \mathbf{K}_i \mathbf{R}_i (I; -\mathbf{c}_i)$$

$$\boldsymbol{\pi}_{M\infty} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gliederung

Selbstkalibrierung - Kruppa Gleichungen (Wiederholung)

$$\mathbf{H}_{JI}^{\infty} \sim \mathbf{K}_J \mathbf{R}_J \mathbf{K}_I^{-1}$$
$$\mathbf{H}_{JI}^{\infty} \mathbf{K}_I \mathbf{K}_I^T \mathbf{H}_{JI}^{\infty\,T} \sim \mathbf{K}_J \mathbf{K}_J^T$$
$$\mathbf{F}_{JI} \mathbf{K}_I \mathbf{K}_I^T \mathbf{F}_{JI}^T \sim [\mathbf{e}_{JI}]_\times \mathbf{K}_J \mathbf{K}_J^T [\mathbf{e}_{JI}]_\times$$

insbesondere bei $\mathbf{K}_I = \mathbf{K}_J = \mathbf{K}$:

Kruppa Gleichungen

$$\mathbf{F}_{JI} \mathbf{K} \mathbf{K}^T \mathbf{F}_{JI}^T \sim [\mathbf{e}_{JI}]_\times \mathbf{K} \mathbf{K}^T [\mathbf{e}_{JI}]_\times \Rightarrow \mathbf{K}$$

Danach mit $\mathbf{K}$ bekannt: $\longrightarrow$ Berechnung von $\mathbf{p}_\infty$ etwa aus

$$\left(\mathbf{A}_J - \mathbf{a}_J \mathbf{p}_\infty^T\right) \mathbf{K} \sim \mathbf{K} \mathbf{R}_J$$

Gliederung

Selbstkalibrierung über die Modulus Bedingung

$$\left(\mathbf{A}_J - \mathbf{a}_J \mathbf{p}_\infty^T\right) \sim \mathbf{K}_J \mathbf{R}_J \mathbf{K}_I^{-1} \sim \mathbf{H}_{JI}^\infty$$

bei $\mathbf{K}_J \sim \mathbf{K}_I \sim \mathbf{K}$

$$\left(\mathbf{A}_J - \mathbf{a}_J \mathbf{p}_\infty^T\right) \sim \mathbf{K} \mathbf{R}_J \mathbf{K}^{-1} \sim \mathbf{H}_{JI}^\infty$$

$$\mathbf{A}_J - \mathbf{a}_J \mathbf{p}_\infty^T = \mu \mathbf{K} \mathbf{R}_J \mathbf{K}^{-1} \sim \mathbf{H}_{JI}^\infty$$

mit Eigenwerten: $\left\{\mu e^{-i\phi}, \mu, \mu e^{i\phi}\right\}$
Alle Eigenwerte von $\mathbf{A}_J - \mathbf{a}_J \mathbf{p}_\infty^T$ haben den gleichen Betrag (Modulus).

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - \mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{p}^T) &= (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \\ &= \lambda^3 - f_1 \lambda^2 + f_2 \lambda - f_3 \end{aligned}$$

Selbstkalibrierung über die Modulus Bedingung

$$
\begin{aligned}
f_1 &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \mu(1 + 2\cos(\phi)) \\
f_2 &= \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3 = \mu^2(1 + 2\cos(\phi)) \\
f_3 &= \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = \mu^3 \\
\Rightarrow & f_3 f_1^3 = f_2^3
\end{aligned}
$$

- $f_3 f_1^3 = f_2^3$ ergibt ein Polynom 4-ten Grades in den Elementen p_i von $\mathbf{p}_\infty$. (nur notwendig).
- Drei Bildpaare ergeben drei Gleichungen
- Durchschnitt von drei Quartics $\longrightarrow 4^3 = 64$ mögliche Lösungen im Prinzip. Die meisten davon können trotzdem ausgeschlossen werden, so dass am Ende das Problem analytisch auf ein Polynom vom Grad 21 reduziert werden kann.

- Kann mit Szeneninformation kombiniert werden, z.B. korrespondierende Fluchtlinien auf 2 Bildern
  - $\longrightarrow$ nur noch ein Parameter übrig
  - $\longrightarrow$ Gleichung vierten Grades in einer Variablen
- Dann kann $\mathbf{K}$ aus der nunmehr bekannten unendlichen Homographie linear berechnet werden.