

Computer Vision I

Nikos Canterakis

Lehrstuhl für Mustererkennung,
Universität Freiburg





Gliederung

6 Das Kameramodell

Endliche Kameras

- Die Lochkamera

- Die Projektive Kamera

Die projektive Kamera

- Spalten von \mathbf{P}

- Zeilen von \mathbf{P}

- Hauptpunkt und Hauptachse

- Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum

Die unendliche Kamera

- Bewegung der Kamera in Richtung der Hauptachse

- Zoomen

- Hierarchie der affinen, unendlichen Kameras

- Affine Kamera



Gliederung

6 Das Kameramodell

Endliche Kameras

Die Lochkamera

Die Projektive Kamera

Die projektive Kamera

Spalten von \mathbf{P}

Zeilen von \mathbf{P}

Hauptpunkt und Hauptachse

Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum

Die unendliche Kamera

Bewegung der Kamera in Richtung der Hauptachse

Zoomen

Hierarchie der affinen, unendlichen Kameras

Affine Kamera

Die Lochkamera

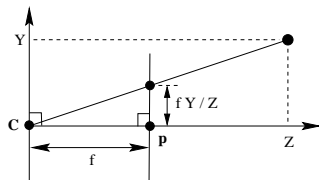
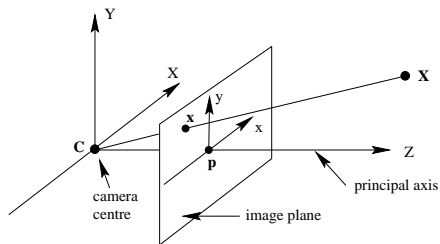
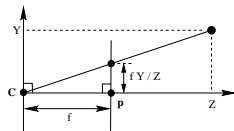
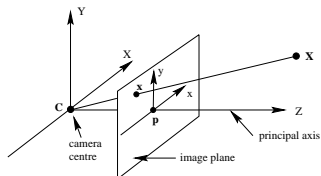


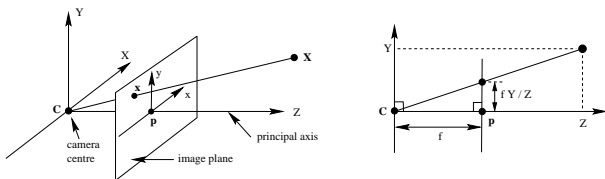
Abbildung: Die Lochkamera.

Die Lochkamera



- Die Lochkamera ist eine Abbildung des 3D-Raumes auf das 2D-Bildkoordinatensystem durch eine **Zentralprojektion**.
- Ein Weltpunkt $\mathbf{X} \sim (x \ y \ z \ 1)^T$ wird dabei auf einen Punkt $\mathbf{U}_E = \frac{f}{z} (x \ y \ z)^T$ auf der Bildebene abgebildet.
- Es entsteht der Bildpunkt $\mathbf{u} = \frac{f}{z} (x \ y)^T$.

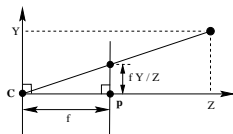
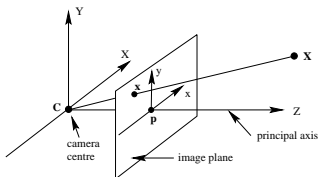
Die Lochkamera



Darstellung als Matrixmultiplikation mit homogenen Koordinaten:

$$\begin{pmatrix} u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} fx \\ fy \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Lochkamera



- \mathbf{p} ist der Hauptpunkt.
- Die Hauptebene ist die Ebene parallel zur Bildebene durch \mathbf{C} .

- f beschreibt die fokale Länge. $\mathbf{p}_E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f \end{pmatrix}$

Verschiebung des Kamerakoordinatensystems

Verschiebt man das Koordinatensystem in der Kameraebene um $(h_u \ h_v)^T$, so gilt für den Bildpunkt:

$$\mathbf{u} = \frac{f}{z} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_u \\ h_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f}{z}x + h_u \\ \frac{f}{z}y + h_v \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f}{z}x + h_u \\ \frac{f}{z}y + h_v \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} fx + h_u \cdot z \\ fy + h_v \cdot z \\ z \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} f & 0 & h_u & 0 \\ 0 & f & h_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

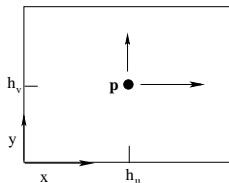


Abbildung:
Verschiebung des
Koordinatensystems



$$\mathbf{K} \sim \begin{pmatrix} f & 0 & h_u \\ 0 & f & h_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ergebnis

Die 3×4 Kameramatrix \mathbf{P} bildet einen Weltpunkt \mathbf{X} (4×1) auf einen Bildpunkt \mathbf{U} (3×1) ab.

$$\mathbf{U} \sim \mathbf{P}\mathbf{X} \quad \mathbf{U} \sim \mathbf{K} [I|\mathbf{0}]\mathbf{X} \text{ (bisher)}$$

Die 3×3 Matrix \mathbf{K} wird Kalibriermatrix genannt.

3D-Translation und Rotation der Kamera

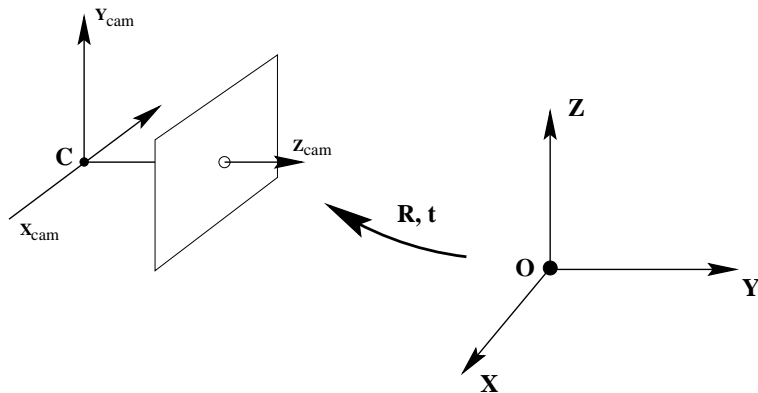


Abbildung: Euklidische Transformation zwischen Welt und Kamerakoordinatensystem



3D-Translation und Rotation der Kamera

Wird die Kamera im Raum bewegt, wird ein Weltpunkt im Weltkoordinatensystem durch

$$\mathbf{x} \rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\mathbf{c} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

transformiert.

- $\mathbf{C} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{c} \\ 1 \end{pmatrix}$ ist das **Kamerazentrum (Projektionszentrum)** einer projektiven Kamera im Weltkoordinatensystem.
- Es ist der einzige Punkt im Raum, der kein Bild hat: $\mathbf{P}\mathbf{C} = \mathbf{0}$. (Natürlich nur unter der theoretischen Annahme, dass die Kamera nach allen Seiten "sieht".)

Für die Kameramatrix ergibt sich:

$$\mathbf{u} \sim \mathbf{K}(I|0) \begin{pmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\mathbf{c} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} \sim \mathbf{K}(\mathbf{R} | -\mathbf{R}\mathbf{c})\mathbf{X}$$

Ergebnis (Lochkamera)

$$\mathbf{u} \sim \underbrace{\mathbf{K}\mathbf{R}(I; -\mathbf{c})}_{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{X}$$

Die Kameramatrix \mathbf{P} einer Lochkamera besitzt 9 Freiheitsgrade.



Die Projektive Kamera

Projektive Kameras können aus nicht quadratischen Pixeln aufgebaut sein. Dies verändert die Kalibriermatrix \mathbf{K} zu

$$\mathbf{K} \sim \begin{pmatrix} k_u & s & h_u \\ & k_v & h_v \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

- Dabei bezeichnet s die **Schiefe**, die bei rechtwinkligen Pixeln Null ist. In der Regel ist der Parameter s nahe Null.
- k_u/k_v ist das Verhältnis zwischen den Seitenlängen der Pixel.

$$k_u = m_x f, \quad k_v = m_y f$$

ist die fokale Länge in Pixel-Koordinaten in x- bzw.

y-Richtung.

Eigenschaften der Kameramatrix

Die Kameramatrix

$$\mathbf{P} \sim \mathbf{K}_{3 \times 3} \mathbf{R}_{3 \times 3} [I | -\mathbf{c}]_{3 \times 4} \sim [\mathbf{M}_{3 \times 3} | \mathbf{p}_{3 \times 1}]$$

beschreibt die allgemeine projektive Kamera.

- Jede 3×4 Matrix \mathbf{P} beschreibt eine **endliche projektive Kamera**, falls die Submatrix \mathbf{M} nicht singulär ist.
- Bei einer **endlichen projektiven Kamera** befindet sich das Kamerazentrum im Endlichen: $\mathbf{C} \sim (\mathbf{c}^T \ 1)^T$.

$\mathbf{P}_{3 \times 4}$ hat 11 **Freiheitsgrade**.

(= $12_{\text{Parameter}} - 1_{\text{Skalenfaktor}}$)

- Für **Kameras im Unendlichen** ist \mathbf{M} singulär und $\mathbf{C} \sim (\mathbf{c}^T \ 0)^T$.

Zu diesem Kameratyp zählt die affine Kamera. Sie stellt eine Verallgemeinerung der Parallelprojektion dar.



Berechnung von \mathbf{P} , \mathbf{K} , \mathbf{R} , \mathbf{C}

Sei $\mathbf{P} \sim (\mathbf{M}, \mathbf{p})$.

\mathbf{M} ist 3×3 Matrix und \mathbf{p} ein 3×1 Spaltenvektor.

- $\mathbf{M} \sim \mathbf{K}\mathbf{R}$
- $\mathbf{M}\mathbf{M}^T = \mathbf{K} \underbrace{\mathbf{R}\mathbf{R}^T}_I \mathbf{K}^T = \mathbf{K}\mathbf{K}^T$
- \mathbf{K} ist eine obere Dreiecksmatrix und kann aus $\mathbf{K}\mathbf{K}^T$ mittels Cholesky-Zerlegung berechnet werden.
- $\mathbf{R} \sim \mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}$
- \mathbf{C} ist Nullraum von \mathbf{P}



Zerlegung von \mathbf{K}

$$\begin{aligned}\mathbf{K}\mathbf{K}^T &= \begin{pmatrix} k_u & s & h_u \\ 0 & k_v & h_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_u & 0 & 0 \\ s & k_v & 0 \\ h_u & h_v & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} k_u^2 + s^2 + h_u^2 & sk_v + h_u h_v & h_u \\ \cdot & k_v^2 + h_v^2 & h_v \\ \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$



Gliederung

6 Das Kameramodell

Endliche Kameras

Die Lochkamera

Die Projektive Kamera

Die projektive Kamera

Spalten von \mathbf{P}

Zeilen von \mathbf{P}

Hauptpunkt und Hauptachse

Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum

Die unendliche Kamera

Bewegung der Kamera in Richtung der Hauptachse

Zoomen

Hierarchie der affinen, unendlichen Kameras

Affine Kamera

Die projektive Kamera - Spalten von \mathbf{P}

Ziel dieses Abschnittes ist, die geometrische Bedeutung der verschiedenen Komponenten von \mathbf{P} zu klären.

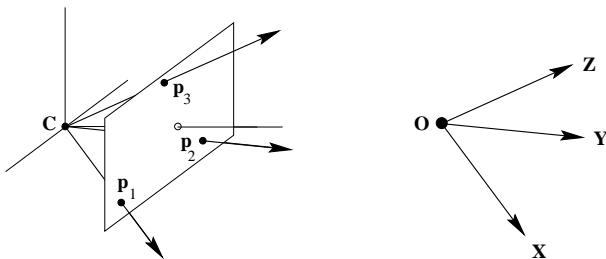


Abbildung: Die Bildpunkte, die durch die ersten drei Spalten von \mathbf{P} gegeben sind, sind die Fluchtpunkte der Richtungen der Weltachsen.



Die projektive Kamera - Spalten von \mathbf{P}

Betrachten wir zunächst die Spalten von $\mathbf{P} \sim (\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2 \ \mathbf{p}_3 \ \mathbf{p}_4)$.
Die Spaltenvektoren \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 , und \mathbf{p}_3 sind die Bilder der
Fluchtpunkte der x, y und z-Richtung.

$$\mathbf{p}_1 \sim \mathbf{P} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{p}_2 \sim \mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{p}_3 \sim \mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{p}_4 \sim \mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

\mathbf{p}_4 ist das Bild des Weltkoordinatenursprungs.

Zeilen von \mathbf{P}

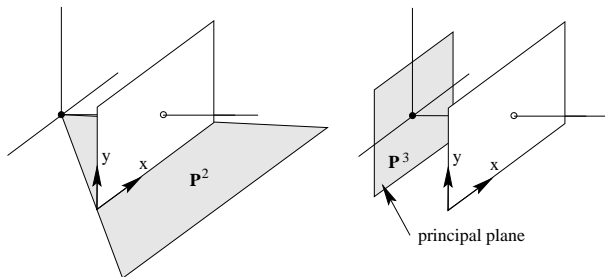


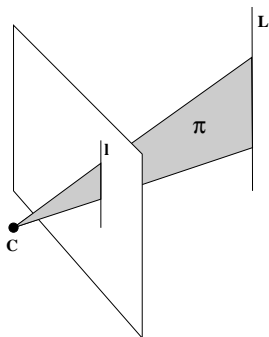
Abbildung: Die ersten zwei Zeilen von \mathbf{P} charakterisieren die Ebenen, die als Rückprojektionen der Bildkoordinatenachsen entstehen. Die dritte Zeile ist die Hauptebene.

Zeilen von \mathbf{P}

Die Zeilen von \mathbf{P} werden im folgenden mit π_i^T bezeichnet.

$$\mathbf{P} \sim (\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3)^T$$

Zur geometrischen Deutung der Zeilen π_i^T stellen wir zunächst fest: *Eine Gerade \mathbf{l} in der Bildebene wird durch die Rückprojektion auf eine Ebene im Raum abgebildet.*



Zeilen von \mathbf{P}

Ergebnis (Rückprojektion einer Bildgeraden)

Sei \mathbf{l} eine Bildgerade, so stellt ihre Rückprojektion eine Ebene im Raum dar, mit

$$\boldsymbol{\pi}^T \sim \mathbf{l}^T \mathbf{P} \quad \text{bzw.} \quad \boldsymbol{\pi} \sim \mathbf{P}^T \mathbf{l}$$

.

Beweis.

Sei \mathbf{x} ein Punkt auf der Ebene $\boldsymbol{\pi}$ im Raum. $\boldsymbol{\pi}$ sei die Rückprojektion der Linie \mathbf{l} in der Bildebene. Dann gilt:

$$\boldsymbol{\pi}^T \mathbf{x} = 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{l}^T \mathbf{P} \mathbf{x} = 0,$$

da die Projektionen aller Punkte der Ebene auf der Geraden liegen. Also gilt

$$\boldsymbol{\pi}^T \mathbf{x} = \mathbf{l}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \Rightarrow \boldsymbol{\pi}^T \sim \mathbf{l}^T \mathbf{P}$$



Zeilen von \mathbf{P}

Es folgt für die Zeilen π_i^T der Matrix \mathbf{P} :

$\pi_1^T \sim (1 \ 0 \ 0) \mathbf{P}$ π_1 ist die Rückprojektion der y -Achse
 $\mathbf{l} = (1 \ 0 \ 0)^T$ ($x = 0$) der Bildebene.

$\pi_2^T \sim (0 \ 1 \ 0) \mathbf{P}$ π_2 ist die Rückprojektion der x -Achse
 $\mathbf{l} = (0 \ 1 \ 0)^T$ ($y = 0$) der Bildebene.

$\pi_3^T \sim \overbrace{(0 \ 0 \ 1)}^{\mathbf{l}_\infty^T} \mathbf{P}$ π_3 ist die Rückprojektion der unendlich
fernen Geraden der Bildebene.

Dies ist die **Hauptebene**, die Ebene parallel zur
Bildebene durch das Projektionszentrum \mathbf{C} .

Hauptpunkt und Hauptachse

$$\mathbf{P} \sim [\mathbf{M} | \mathbf{p}_4] \text{ mit } \mathbf{M} = \mathbf{KR}$$

Da die letzte Zeile von \mathbf{K} die Form $\mathbf{k}_3^T \sim (0 \ 0 \ 1)$ besitzt, gilt:

$$\mathbf{M} \sim \mathbf{KR} = \begin{pmatrix} k_u & s & h_u \\ 0 & k_v & h_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \\ \mathbf{r}_3^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \mathbf{r}_3^T \end{pmatrix}$$

\mathbf{r}_3^T ist die 3. Zeile der Rotationsmatrix \mathbf{R} .

\mathbf{M} kann wie folgt geschrieben werden.

$$\mathbf{M} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{m}_1^T \\ \mathbf{m}_2^T \\ \mathbf{m}_3^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_1^T \\ \mathbf{m}_2^T \\ \mathbf{r}_3^T \end{pmatrix}$$

Hauptpunkt und Hauptachse

Normalisierung von $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_2 & \mathbf{m}_3 \end{pmatrix}^T$ und damit auch von \mathbf{P} durch

$$\|\mathbf{m}_3\| = 1 \text{ und } \det(\mathbf{M}) > 0. \quad (1)$$

Dadurch ist \mathbf{m}_3 ein Einheitsvektor in Richtung der Hauptachse. Diese Richtung wird auf den Hauptpunkt abgebildet:

$$\mathbf{P} \begin{pmatrix} \mathbf{m}_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{r}_3 = \mathbf{K} \begin{pmatrix} \langle \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3 \rangle \\ \langle \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3 \rangle \\ \langle \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_3 \rangle \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_u \\ h_v \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ergebnis (Hauptachse)

\mathbf{m}_3 gibt die Richtung der Hauptachse an, die auf den Hauptpunkt projiziert wird. $\begin{pmatrix} \mathbf{m}_3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist der Schnittpunkt der Hauptachse mit der unendlich fernen Ebene.

Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum

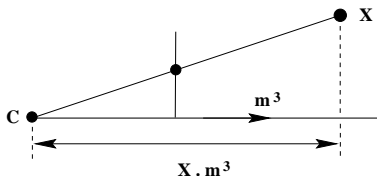


Abbildung: Tiefe eines Punktes

Bei normiertem \mathbf{M} (Folie 25) stellt \mathbf{r}_3 die Hauptachse dar ($\mathbf{r}_3 = \mathbf{m}_3$).

$$\mathbf{P} = \mathbf{KR} [I | -\mathbf{c}] = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -\mathbf{r}_1^T \mathbf{c} \\ \mathbf{r}_2^T & -\mathbf{r}_2^T \mathbf{c} \\ \mathbf{r}_3^T & -\mathbf{r}_3^T \mathbf{c} \end{bmatrix}$$

$$P_4^3 = -\mathbf{m}_3^T \cdot \mathbf{c}$$

Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum

Durch die Normalisierung gilt:

\mathbf{m}_3^T ist ein Einheitsvektor in Richtung der Hauptachse.

Dies führt zu folgendem Ergebnis:

Ergebnis (Abstand)

d_0 ist der Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum in Richtung der Hauptachse mit $\mathbf{P}_4^3 = -\mathbf{m}_3^T \mathbf{c} = d_0$.



Gliederung

6 Das Kameramodell

Endliche Kameras

Die Lochkamera

Die Projektive Kamera

Die projektive Kamera

Spalten von \mathbf{P}

Zeilen von \mathbf{P}

Hauptpunkt und Hauptachse

Abstand zwischen Ursprung und Kamerazentrum

Die unendliche Kamera

Bewegung der Kamera in Richtung der Hauptachse

Zoomen

Hierarchie der affinen, unendlichen Kameras

Affine Kamera



Die unendliche Kamera

Im folgenden soll die affine Kamera hergeleitet werden.

Schritte:

- 1 Wegbewegen der Kamera in Richtung der Hauptachse
- 2 Heranzoomen, so dass ein Objekt seine Größe beibehält

Bewegung der Kamera in Richtung der Hauptachse

Bei einer Bewegung des Kamerazentrums entlang der Hauptachse um den Parameter t gilt:

$$\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{c} - t\mathbf{r}_3$$

Somit verändert sich die Kameramatrix \mathbf{P} wie folgt:

$$\mathbf{P} \sim \mathbf{K}\mathbf{R} [I | -\mathbf{c}] \rightarrow \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -\mathbf{r}_1^T(\mathbf{c} - t\mathbf{r}_3) \\ \mathbf{r}_2^T & -\mathbf{r}_2^T(\mathbf{c} - t\mathbf{r}_3) \\ \mathbf{r}_3^T & -\mathbf{r}_3^T(\mathbf{c} - t\mathbf{r}_3) \end{bmatrix} \stackrel{*}{\sim} \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -\mathbf{r}_1^T\mathbf{c} \\ \mathbf{r}_2^T & -\mathbf{r}_2^T\mathbf{c} \\ \mathbf{r}_3^T & t - \mathbf{r}_3^T\mathbf{c} \end{bmatrix}$$

(*) Der Übergang folgt auf Grund der Orthogonalität zwischen den $\mathbf{r}_i \Rightarrow \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j \rangle = \delta_{ij}$ mit $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{falls } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$



Bewegung der Kamera in Richtung der Hauptachse

Ergebnis (Verschiebung entlang der Hauptachse)

Bei einer Verschiebung entlang der Hauptachse um t verändert sich \mathbf{P}_4^3 auf $d = t - \mathbf{r}_3^T \mathbf{c}$



Zoomen

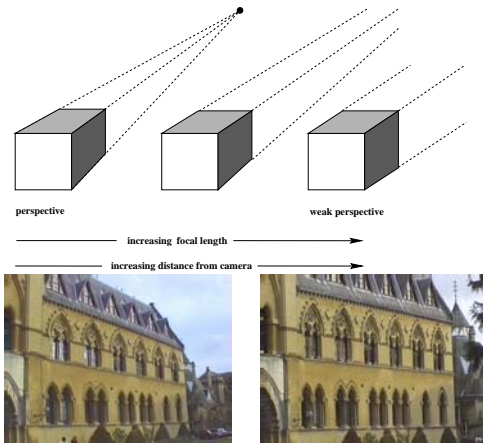
- Falls t größer wird, wird das Bild kleiner.
- Um diesen Effekt auszugleichen erhöhen wir die Fokallänge.

$$\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{K} \begin{pmatrix} \frac{d}{d_0} & & \\ & \frac{d}{d_0} & \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

so dass die Größe des Bildes konstant bleibt.

$$\mathbf{P} \sim \mathbf{K} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \frac{d_0}{d} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{r}_1^T \mathbf{c} \\ & -\mathbf{r}_2^T \mathbf{c} \\ & d \end{bmatrix} \sim \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -\mathbf{r}_1^T \mathbf{c} \\ \mathbf{r}_2^T & -\mathbf{r}_2^T \mathbf{c} \\ \frac{d_0}{d} \mathbf{r}_3^T & d_0 \end{bmatrix}$$

Abbildung: Wenn sich Fokallänge sowie Abstand der Kamera vergrößern, bleibt die Bildgröße gleich. Der perspektivische Effekt verschwindet





Weg zur affinen Kamera

Mit $d \rightarrow \infty$ erhalten wir die **affine Kamera**
(das Projektionszentrum liegt im Unendlichen)

$$\mathbf{P}_\infty \sim \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & -\mathbf{r}_1^T \mathbf{c} \\ \mathbf{r}_2^T & -\mathbf{r}_2^T \mathbf{c} \\ \mathbf{0}^T & d_0 \end{bmatrix}$$

Punkte im Unendlichen werden auf Punkte im Unendlichen abgebildet (affine Eigenschaft).



Hierarchie der affinen, unendlichen Kameras

Die affine Kamera kann in

$$\mathbf{P}_\infty \sim \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{2 \times 2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{2 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}$$

zerlegt werden.



Parallelprojektion

Sei

$$\mathbf{R}_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{t} = \mathbf{0}$$

dann erhält man für \mathbf{P} die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die z -Komponenten der Punkte fallen weg.

Orthographische Projektion

Wählt man $\mathbf{R}_{2 \times 3}$ und \mathbf{t} allgemein, erhält man eine **allgemeine orthographische Projektion**. Sie hat die Form:

$$\mathbf{P} \sim \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & t_1 \\ \mathbf{r}_2^T & t_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}$$

Diese hat **5 Freiheitsgrade**. Kommt zusätzlich noch eine Skalierung hinzu,

$$\mathbf{P} \sim \begin{pmatrix} k & & \\ & k & \\ & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & t_1 \\ \mathbf{r}_2^T & t_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix},$$

spricht man von einer **skalierten orthographischen Projektion**. Diese hat **6 Freiheitsgrade**.



Schwach perspektivische Kamera - affine Kamera

Ist die Skalierung in x - und y -Richtung verschieden, erhält man

$$\mathbf{P} \sim \begin{pmatrix} \alpha_x & & \\ & \alpha_y & \\ & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & t_1 \\ \mathbf{r}_2^T & t_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix},$$

und damit die **schwach perspektivische Kamera**.

Bei der **affinen Kamera** kommt noch die Schiefe s hinzu:

$$\mathbf{P}_A \sim \begin{pmatrix} \alpha_x & s & \\ & \alpha_y & \\ & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & t_1 \\ \mathbf{r}_2^T & t_2 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix},$$

Die affine Kamera hat **8 Freiheitsgrade**.



Affine Kamera - Eigenschaften

- Das Zentrum liegt im Unendlichen.
- Die Hauptebene ist die unendlich ferne Ebene
- Sie bildet die unendlich ferne Ebene auf die unendlich ferne Gerade der Bildebene ab.