ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
INSTITUT FÜR INFORMATIK
Lehrstuhl für Mustererkennung und Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Hans Burkhardt

Georges-Köhler-Allee
Geb. 052, Zi 01-029
D-79110 Freiburg
Tel. 0761 - 203 - 8260

Übungen zur Vorlesung
Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung)
WS 05/06

Aufgabenblatt 4 (12 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-I, Kap. 4b

Abgabe am Mittwoch, 30.11.2005 vor der Vorlesung

Bitte Name, Matrikelnummer und Gruppe auf den Lösungen angeben.

Aufgabe 4.1: Schnelle Transformation $\mathbb{C}T$ (Klausuraufgabe)(4 Punkte)

Im folgenden betrachten wir die MT-Transformation auf vierdimensionalen ternären Vektoren $\mathbf{x} \in \{0, 1, 2\}^4$.

a) Wenden Sie die MT-Transformation auf folgenden Vektor $\mathbf{x} = (1, 2, 0, 1)^T$ an.

b) Zeigen Sie, daß die MT-Transformation nicht vollständig ist, d.h. geben sie zu einem Vektor $\mathbf{x}$ einen Vektor $\mathbf{x}'$ an, welcher nicht durch zyklische Translation aus $\mathbf{x}$ enstanden ist und für den gilt $MT(\mathbf{x}) = MT(\mathbf{x}')$.

c) Warum ist es unmöglich mittels der $\mathbb{C}T$-Transformationsklasse vollständige Merkmale bzgl. zyklischer Translation für vierdimensionalen ternären Vektoren zu erzeugen? Wieso ist aber Vollständigkeit für vierdimensionalen binäre Vektoren zu erreichen? (Es genügen anschauliche Begründungen!)

Aufgabe 4.2: Fourierreihe (4 Punkte)

Die Koeffizienten der Fourierreihe wie folgt gegeben

$$\mathbf{c}_n = \int_0^T \mathbf{x}(t) e^{-\frac{i2\pi n}{T} t} dt$$

wobei $\mathbf{x}(t)$ periodisch in T und in Bogenlänge parametrisiert, d.h. es gilt $|\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t)| = 1$ für alle t.

Es werden drei Transformationen betrachtet:

- Translation $\mathbf{x}(t) \mapsto \mathbf{x}(t) + \mathbf{z}$
- Rotation $\mathbf{x}(t) \mapsto e^{\mathbf{i}\varphi}\mathbf{x}(t)$
- Aufpunktsverschiebung $\mathbf{x}(t) \mapsto \mathbf{x}(t - t_0)$

Hinsichtlich welcher dieser Transformationen sind die folgenden Ausdrücken invariant, begründe kurz.

1) $\mathbf{c}_0$	5) $\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2$
2) $\mathbf{c}_6/(\mathbf{c}_3)^2$	6) $\mathbf{c}_6 \cdot e^{-\mathbf{i}(\phi_4 - \phi_1)2}$
3) $(\mathbf{c}_1)^2\mathbf{c}_{-2}$	7) $\mathbf{c}_6/(\mathbf{c}_3)^2 + \mathbf{c}_0$
4) $\mathbf{c}_2\bar{\mathbf{c}}_2$	8) $\mathbf{c}_n \cdot e^{-\mathbf{i}n\phi_{-n}}$

wobei ϕ_n durch $c_n = |c_n|e^{\mathbf{i}\phi_n}$ gegeben ist.

Aufgabe 4.3: Programmieraufgabe: Transformationen $\mathbb{C}T$ (4 Punkte)

1. Implementieren Sie die kommutativen Funktionen der MT und der RT, welche als Eingabe für Teilaufgabe 2 dienen sollen. Die Funktionen sollen jeweils 2 gleichgroße Matrizen als Eingabeparameter bekommen, deren Elemente paarweise miteinander verknüpft werden und in einer Matrix derselben Größe zurückgegeben werden.
2. Realisieren Sie in Scilab die *rekursive* (butterfly) Formulierung für die eindimensionale schnelle Transformationsklasse $\mathbb{C}T$ für beliebige kommutative Funktionen f_1, f_2. Die Eingabeparameter sollen die beiden Funktionen f_1, f_2 und das zu transformierende Muster $\mathbf{x}$ (im Beispiel Spaltenvektoren) sein. Falls $\mathbf{x}$ eine Matrix ist, sollen jeweils die Spalten der Matrix transformiert werden. Rückgabewert der Funktion ist der transformierte Vektor bzw. die transformierte Matrix.
3. Testen Sie Ihre implementierten Routinen, indem Sie die Ergebnisse folgender Operationen berechnen:
   a. $MT((4, 5, 6, 7, 1, 1, 2, 3)^T)$
   b. $MT((6, 7, 1, 1, 2, 3, 4, 5)^T)$
   c. $RT((2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)^T)$
   d. $RT((8, 9, 10, 11, 12, 5, 6, 7)^T)$

   Interpretieren Sie die Ergebnisse.