

Übungen zur Vorlesung  
Grundlagen der Bilderzeugung und Bildanalyse (Mustererkennung)  
WS 05/06

Aufgabenblatt 11 (10 Punkte)

Vorlesungsstoff: bis ME-I, Kap. 7

Abgabe am 1.2.2006 vor der Vorlesung

Bitte Name und Matrikelnummer auf den Lösungen angeben.

Aufgabe 11.1: Bayes-Klassifikator mit Zurückweisung (6 Punkte)

Wir betrachten zwei Klassen  $\omega_1$  and  $\omega_2$ , die klassifiziert werden sollen. Ein einziges Merkmal  $x$  wird extrahiert und die klassenspezifischen Verteilungsdichten sind gegeben durch:

$$p(x|\omega_i) = \begin{cases} r_i - \frac{r_i}{q_i}x, & \text{falls } 0 \leq x \leq q_i; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

für  $i = 1, 2$ .

1. Welcher Zusammenhang zwischen  $q_i$  und  $r_i$  muss gelten?
2. Geben Sie die Bereiche von  $x$  an, in denen man die Klasse  $\omega_1$  bzw.  $\omega_2$  nach dem Maximum-Likelihood-Kriterium (MLE) wählt.
3. Seien weiter die a-priori Wahrscheinlichkeiten der Klassen bekannt mit  $p_1 = 1/3$  und  $p_2 = 2/3$ . Geben Sie die Klassifikationsbereiche nach dem Bayes-Kriterium (MAP) an.
4. Es wird jetzt eine Option zur Zurückweisung eingebaut, um Reklamationen wegen vielen falschen Klassifikationsentscheidungen zu vermeiden. Eine Zurückweisung für spätere manuelle Klassifikation kostet  $k$  Einheiten aber eine falsche Klassifikation ist schlechter und kostet  $3 \cdot k$  Einheiten. Eine richtige Klassifikation kostet nichts. Das Ziel ist die Minimierung der totale Kosten. Geben Sie die Bereiche für Klassifikation (nach MLE) bzw. Zurückweisung für  $q_1 = 2$  und  $q_2 = 3$  an.

Aufgabe 11.2: Programmieraufgabe: Mahalanobis-Klassifikator (4 Punkte)

1. Implementieren Sie eine Funktion  
`[classes, cert] = mahalnobis_class(X, K, M)`, die Mahalanobis-Abstands-Klassifikation von Merkmalsvektoren  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  realisiert. Eingabeparameter sind eine  $n \times N$  Matrix  $\mathbf{X}$ , deren Spalten die  $N$  zu klassifizierenden Vektoren enthält,

eine  $n \times n$  Kovarianzmatrix  $\mathbf{K}$  und eine  $n \times k$  Matrix  $\mathbf{M}$ , deren Spalten die  $k$  Klassenmittelwerte  $\mu_i$  enthält. Ausgabeparameter sind ein Vektor `classes`  $\in \mathbb{N}^N$  der geschätzten Klassenzugehörigkeiten, und ein Vektor `cert`  $\in [0, 1]^N$ , dessen Einträge ein Maß für die jeweilige Klassifikationssicherheit sein soll. Der Einfachheit halber soll für diese Klassifikationssicherheit heuristisch  $e^{-d^2}$  gewählt werden, wobei  $d$  der Mahalanobis-Abstand des zu klassifizierenden Vektors zu dem Mittelwert der gewählten Klasse ist.

2. Mit Hilfe des Presto-Box-Kommandos

`visclass('gui', 'classifier', mahalanobis_class, K, M)` können die Klassifikationsgebiete dargestellt werden. Geben Sie die grafischen Resultate folgender Parameterkombinationen an und erläutern Sie die Gestalt und Lage der Entscheidungsgrenzen.

a)  $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \mu_1 = (-1, -1)^T, \mu_2 = (1, -1)^T, \mu_3 = (1, 1)^T, \mu_4 = (-1, 1)^T.$

b)  $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \mu_1 = (-1, -1)^T, \mu_2 = (1, -1)^T, \mu_3 = (1, 1)^T, \mu_4 = (-1, 1)^T.$

Der Code ist durch Kommentarzeilen ausführlich zu dokumentieren.