Kapitel 4

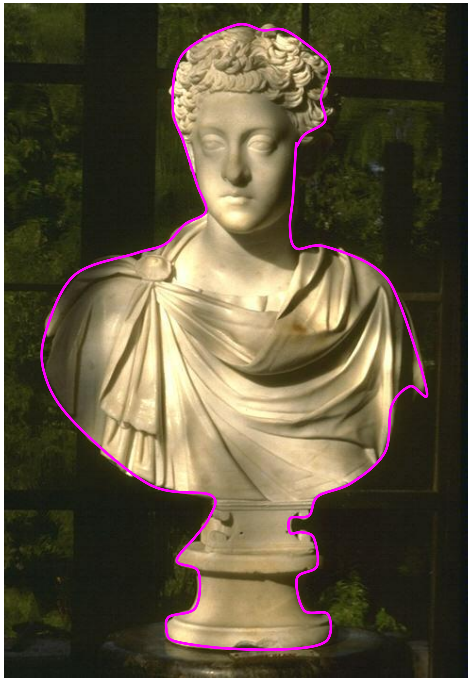
Lageinvariante Konturbilderkennung

Konturerfassung und Konturbeschreibung

Bei allgemeinen Grau- oder Farbbildvorlagen ist das Problem der Konturfindung nichttrivial (Siehe Praktikum DBV, Kantenfilter). I.a. ist *semantisches* Wissen erforderlich!

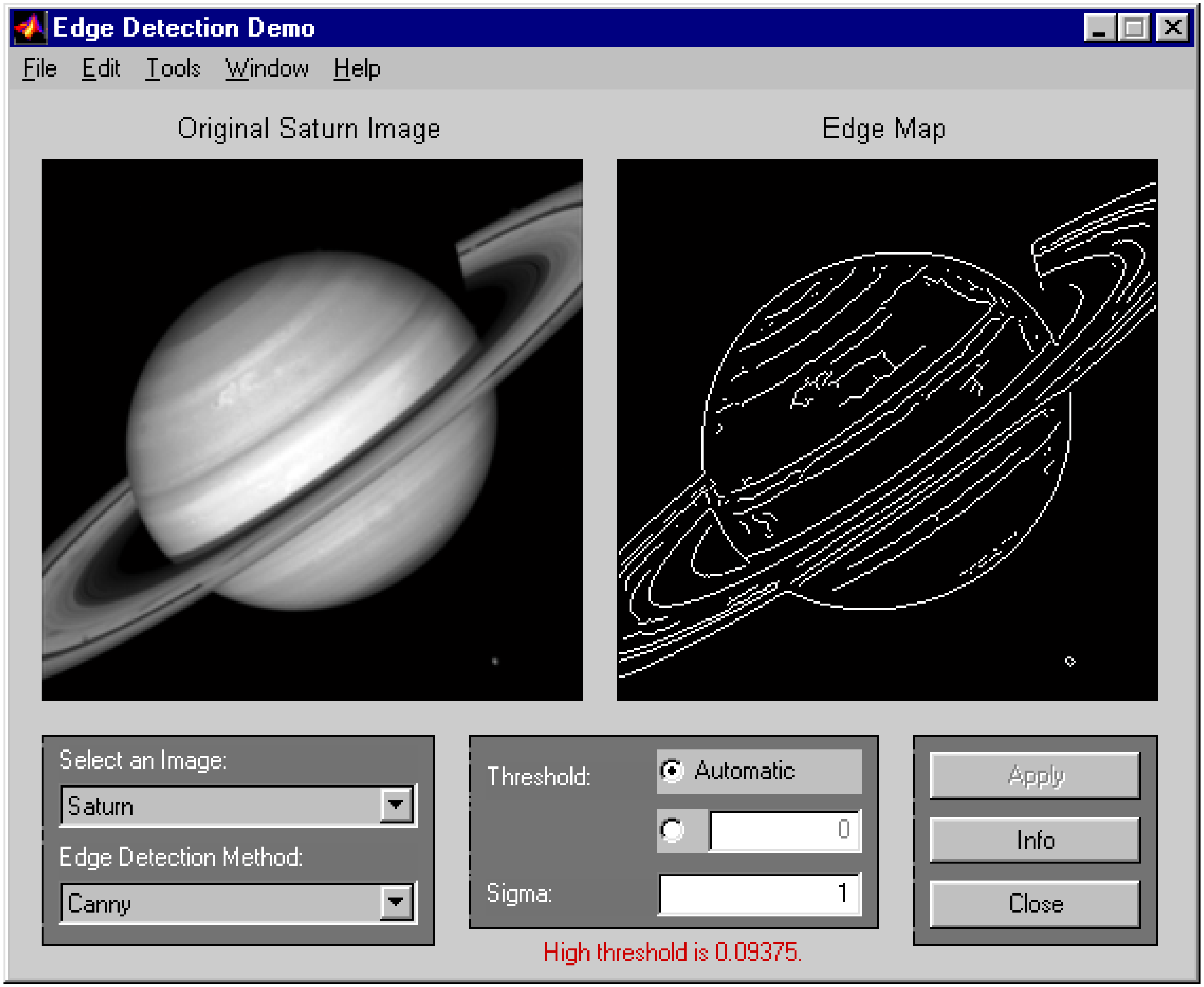
Konturerfassung und Konturbeschreibung

Bei allgemeinen Grau- oder Farbbildvorlagen ist das Problem der Konturfindung nichttrivial (Siehe Praktikum DBV, Kantenfilter). I.a. ist *semantisches* Wissen erforderlich!

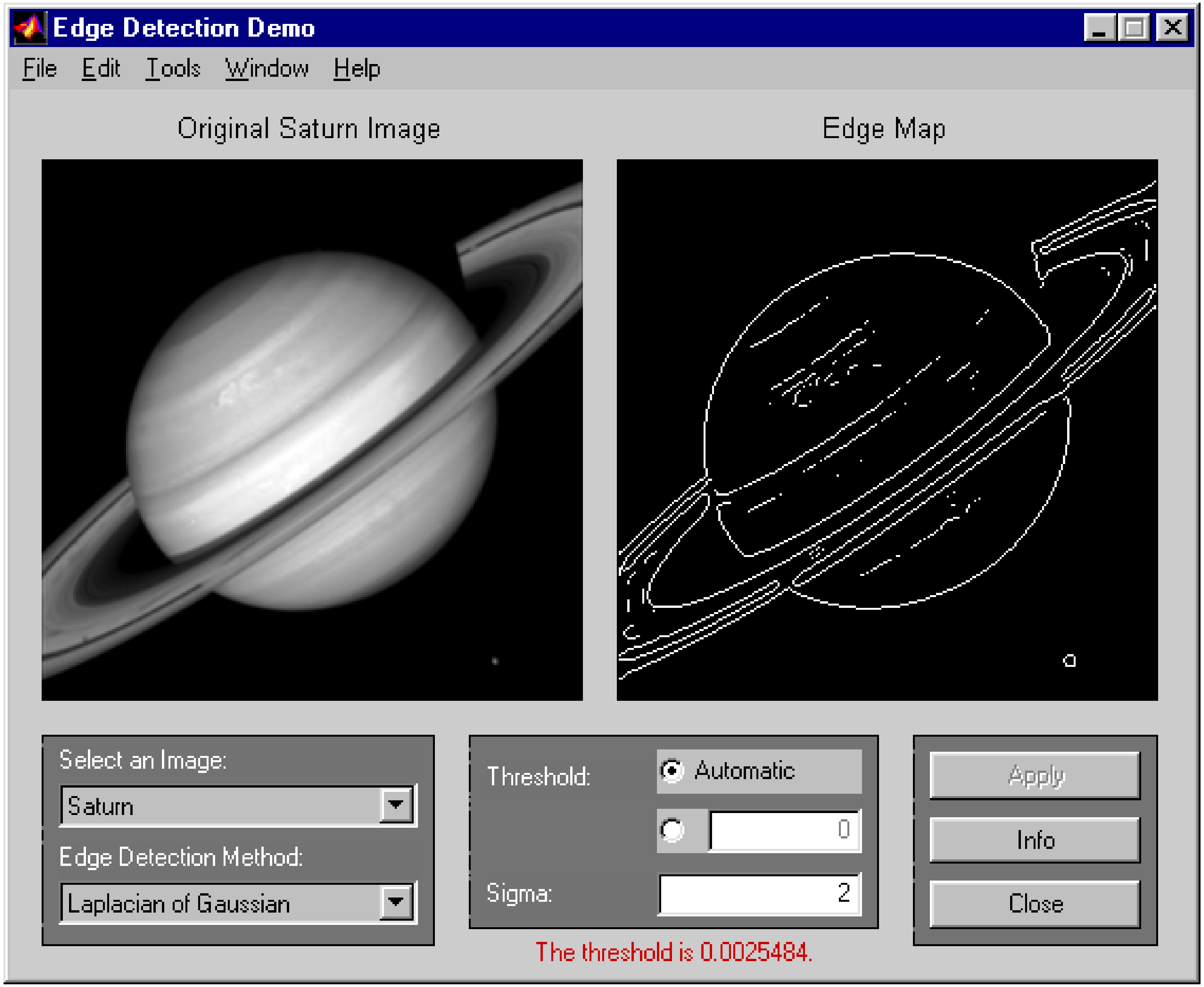


Kantenfilter bei „Möwe“

Kantenextraktion mit dem Canny-Operator

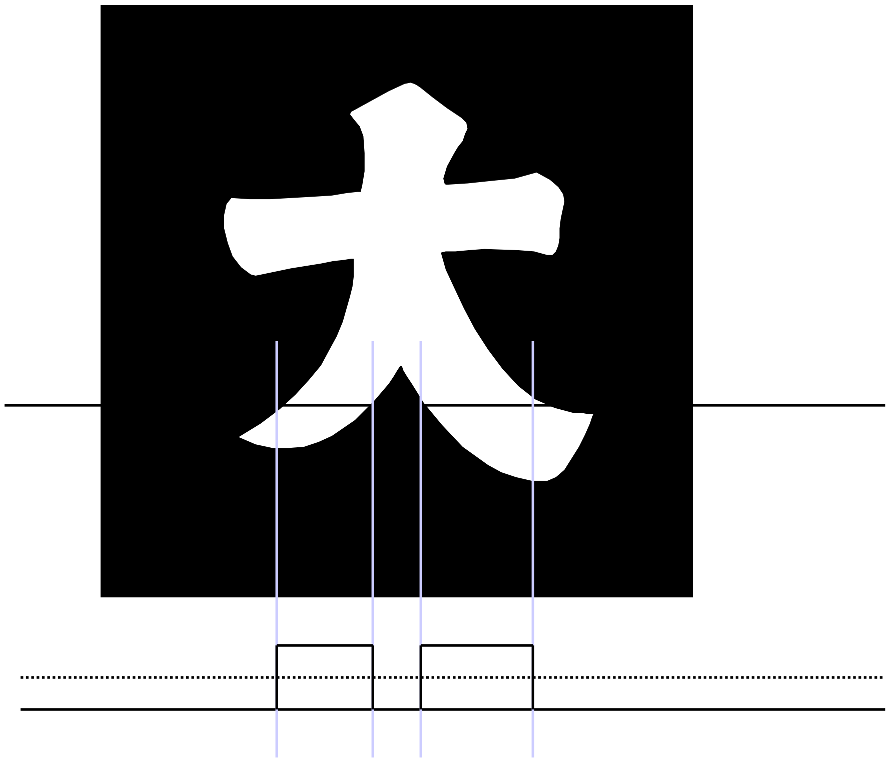


Kantenextraktion mit dem Laplacian of Gaussian



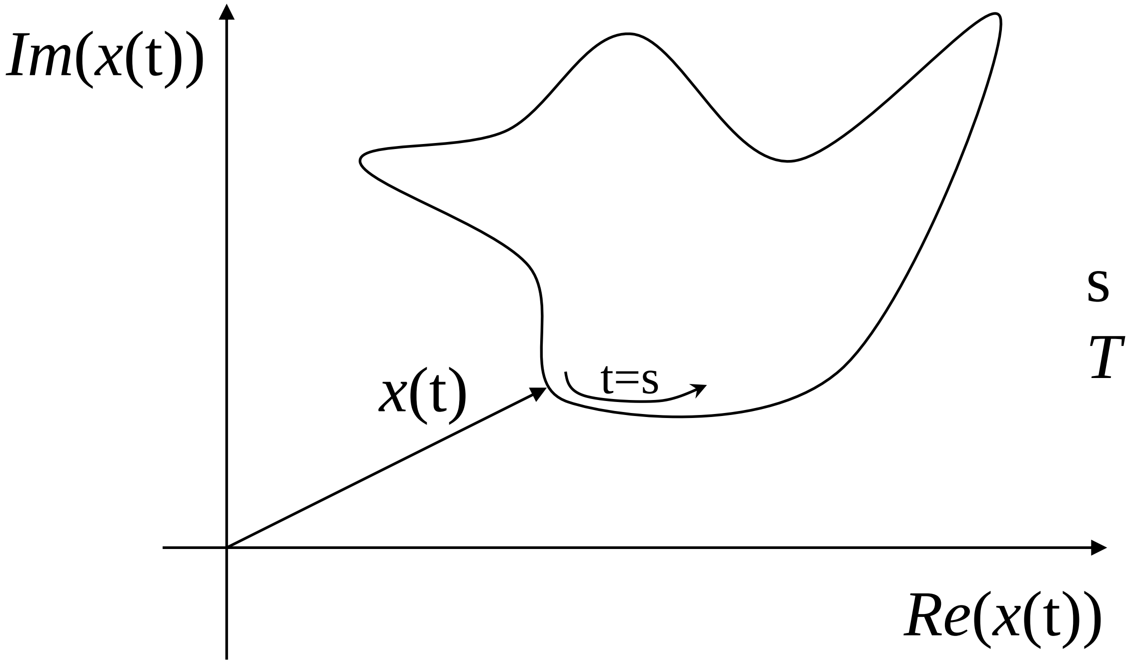
Konturerfassung durch einfache Schwellwertoperation

Bei guten Kontratsverhältnissen ist das Problem wesentlich einfacher



Konturbeschreibung in der komplexen Ebene

- An dieser Stelle gehen wir davon aus, dass die Konturen von Objekten bereits extrahiert wurden (drastische Datenreduktion!)
- Geschlossene Konturen bilden in der komplexen Ebene *periodische* Funktionen d.h. $x(\mathrm{t}+\mathrm{k}T)=x(\mathrm{t}),\ \mathrm{k}\in\mathbb{Z}$.



s Bogenlänge

T Umfang

Darstellung geschlossener Konturen durch endliche Fourierreihen mit *N+1* komplexen Koeffizienten

Periodische Funktionen können in Form von Fourierreihen dargestellt werden. Die Klasse $\mathbb{F}^N$ bezeichne die Menge bandbegrenzter periodischer Muster, welche eindeutig durch die endliche Fourierreihe mit N+1 komplexen Fourierkoeffizienten dargestellt werden können:

$$x(t) = \sum_{n=-N/2}^{n=+N/2} c_n e^{jn\omega t} \quad \text{mit:} \quad \omega = 2\pi / T$$

Überlagerung von Kreisen in der komplexen Ebene

mit den Fourierkoeffizienten (FK):

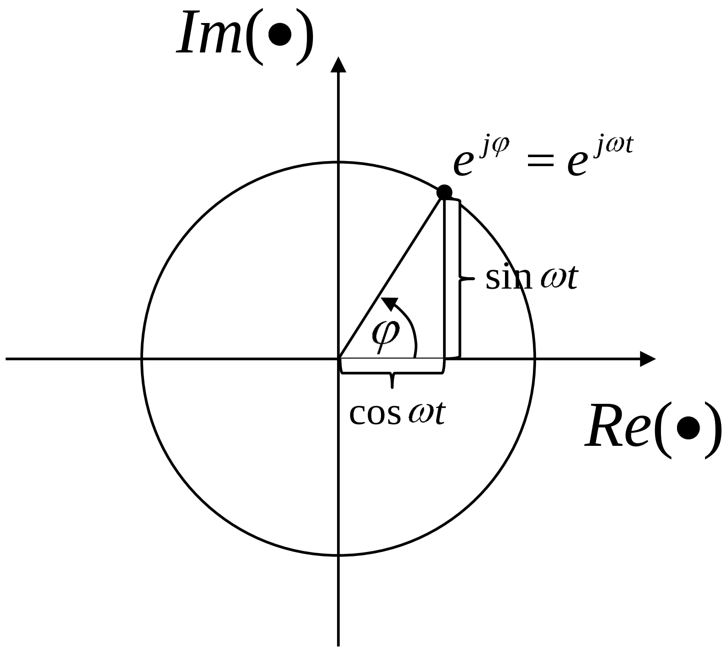
$$c_n = |c_n| e^{j\Phi_n} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi nt/T} dt$$

Skalarprodukt: Projektion auf Basisfunktionen

Die Umlaufrichtung sei so definiert, dass das innere Gebiet bei zunehmender Bogenlänge sich links von der Konturlinie befindet.

Bei *komplexen* periodischen Funktionen sind die FK beliebig, bei *reellwertigen* Funktionen gilt hingegen:

$$c_{-n} = c_n^*$$

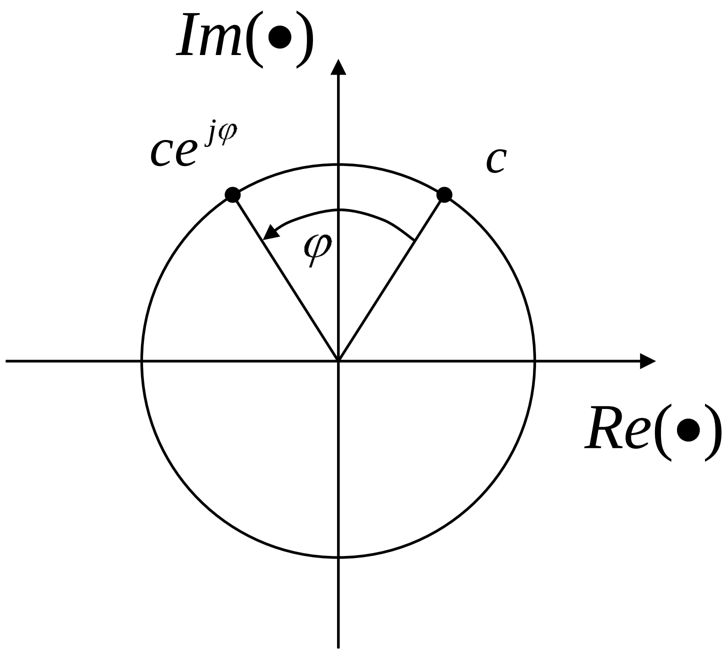


Parametrische Beschreibung eines Kreises in kartesischen und in Polarkoordinaten

$$x(t) = ce^{j\omega t} = ce^{j\varphi} = c(\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

$$\text{mit: } c \in \mathbb{C},\ \omega = 2\pi / T$$

$$0 \le t \le T$$



Bei $x(t) = ce^{jn\omega t}$

wird der Kreis n-mal durchlaufen

Eigenschaften der Fourierreihen

Der nullte FK c_0 gibt die Lage des Linienschwerpunktes an (Konturlinie mit konstanter Massenbelegung; Drahtmodell; siehe Kap. 4b).

Eine Fourierreihe mit nur einem Koeffizienten stellt einen *Kreis* dar, welcher je nach Frequenz mehrmals durchlaufen wird. Zusammen mit dem dazugehörigen negativen Koeffizienten ergibt sich eine *Ellipse*:

$$x(t) = c_0 + \underbrace{c_1 e^{j\omega t}}_{\substack{\text{Kreis, links} \\ \text{laufender Zeiger}}} + \underbrace{c_{-1} e^{-j\omega t}}_{\substack{\text{Kreis, rechts} \\ \text{laufender Zeiger}}}$$

c_n und c_{-n} repräsentieren eine Ellipse, welche n-mal durchlaufen wird. EllipseDem\ellipsedem.html

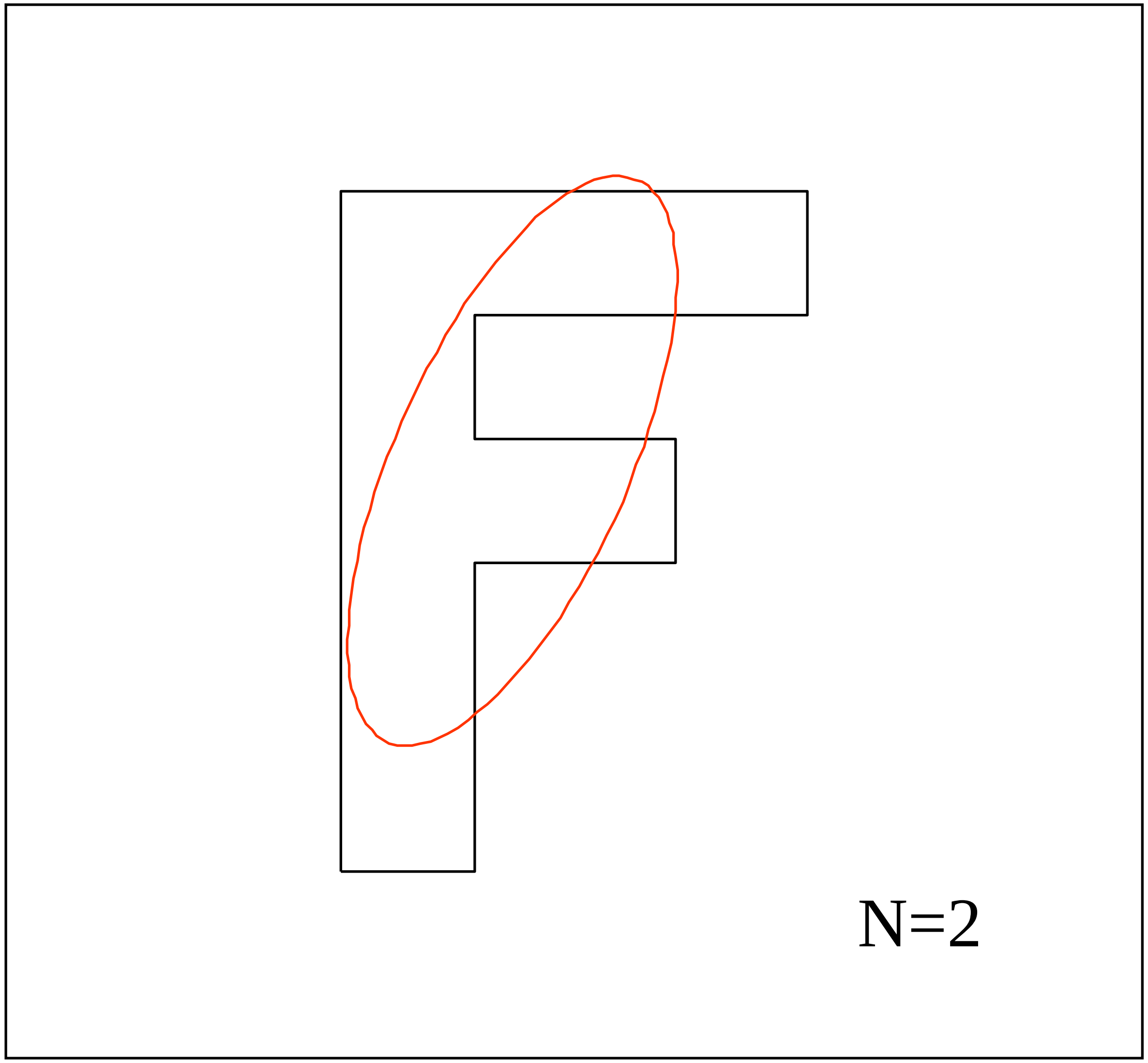
Interpretation von Fourierreihen

Eine Fourierreihe besteht aus der Überlagerung von Kreisen (Anfangswert: c_n), wobei für +n die Kreise im Gegenuhrzeiger- und für –n im Uhrzeigersinn durchlaufen werden. Fasst man je zwei Terme +n und –n zusammen, so hat man eine Überlagerung von Ellipsen!

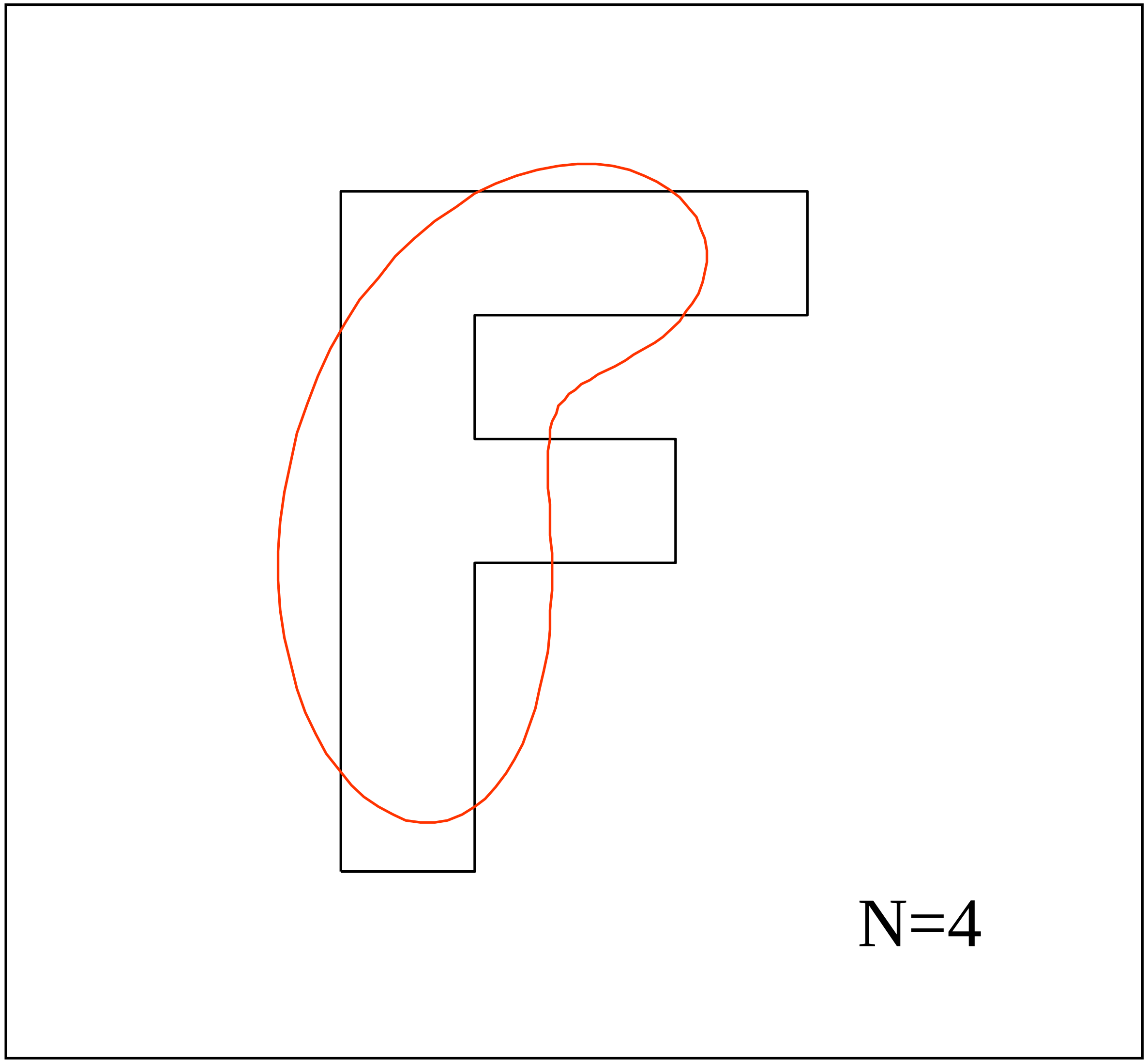
c_n und c_{-n} repräsentieren eine Ellipse, welche *n*-mal durchlaufen wird. Damit kann eine Fourierreihe auch als Überlagerung von Ellipsen interpretiert werden. Fourierdeskriptor-Demol

http://www.vision.ee.ethz.ch/~buc/brechbuehler/fourdem.html

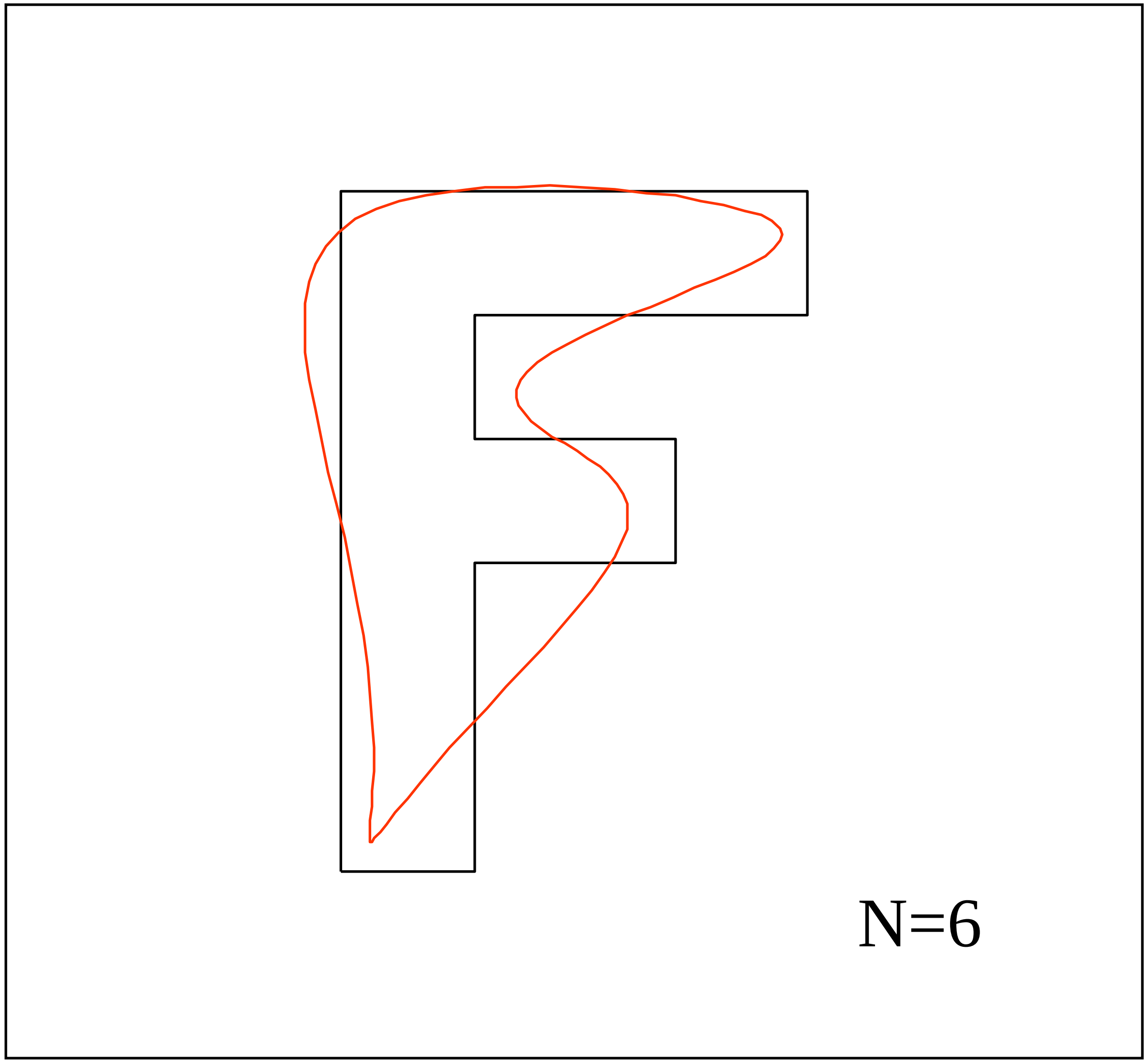
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



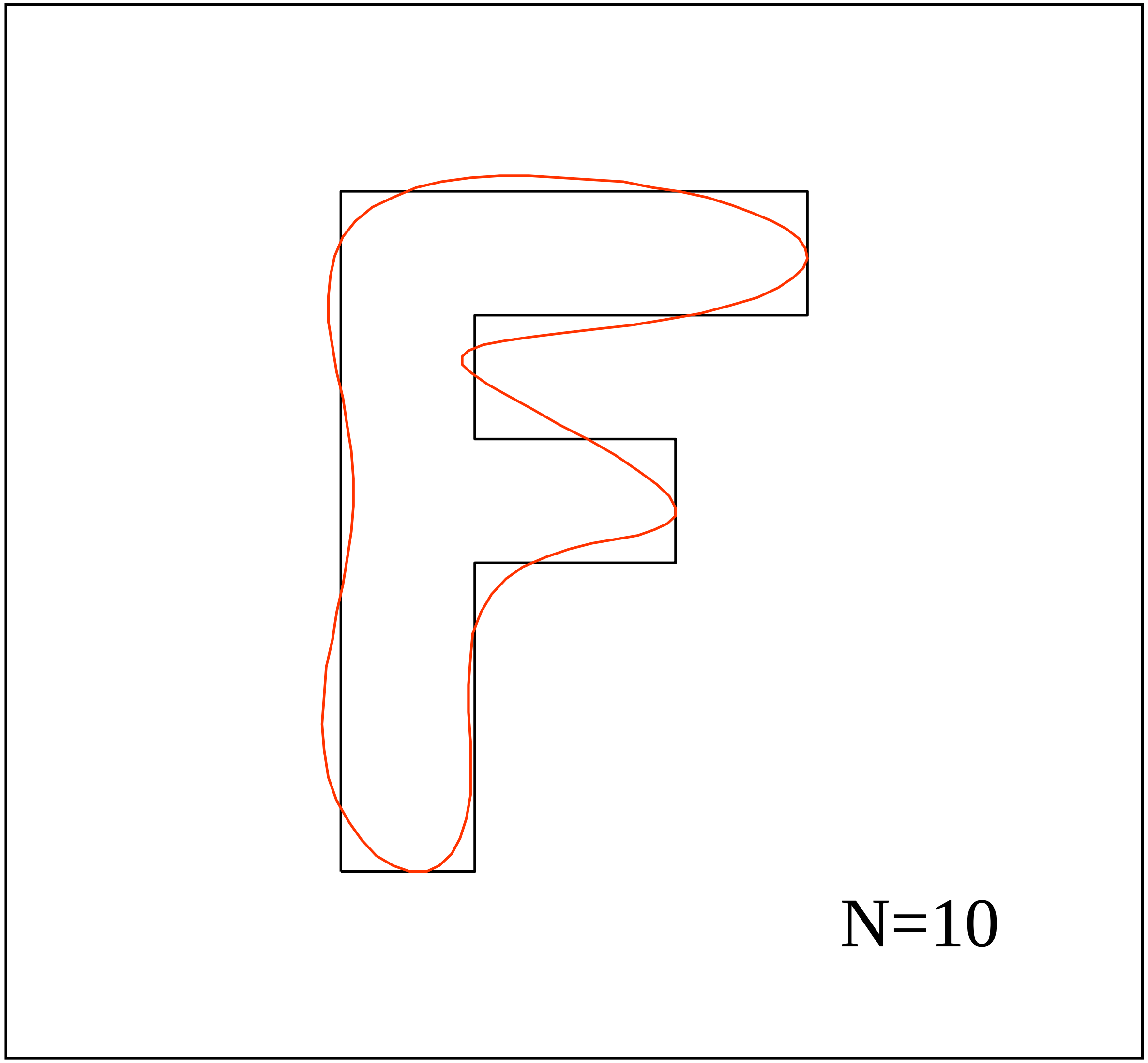
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



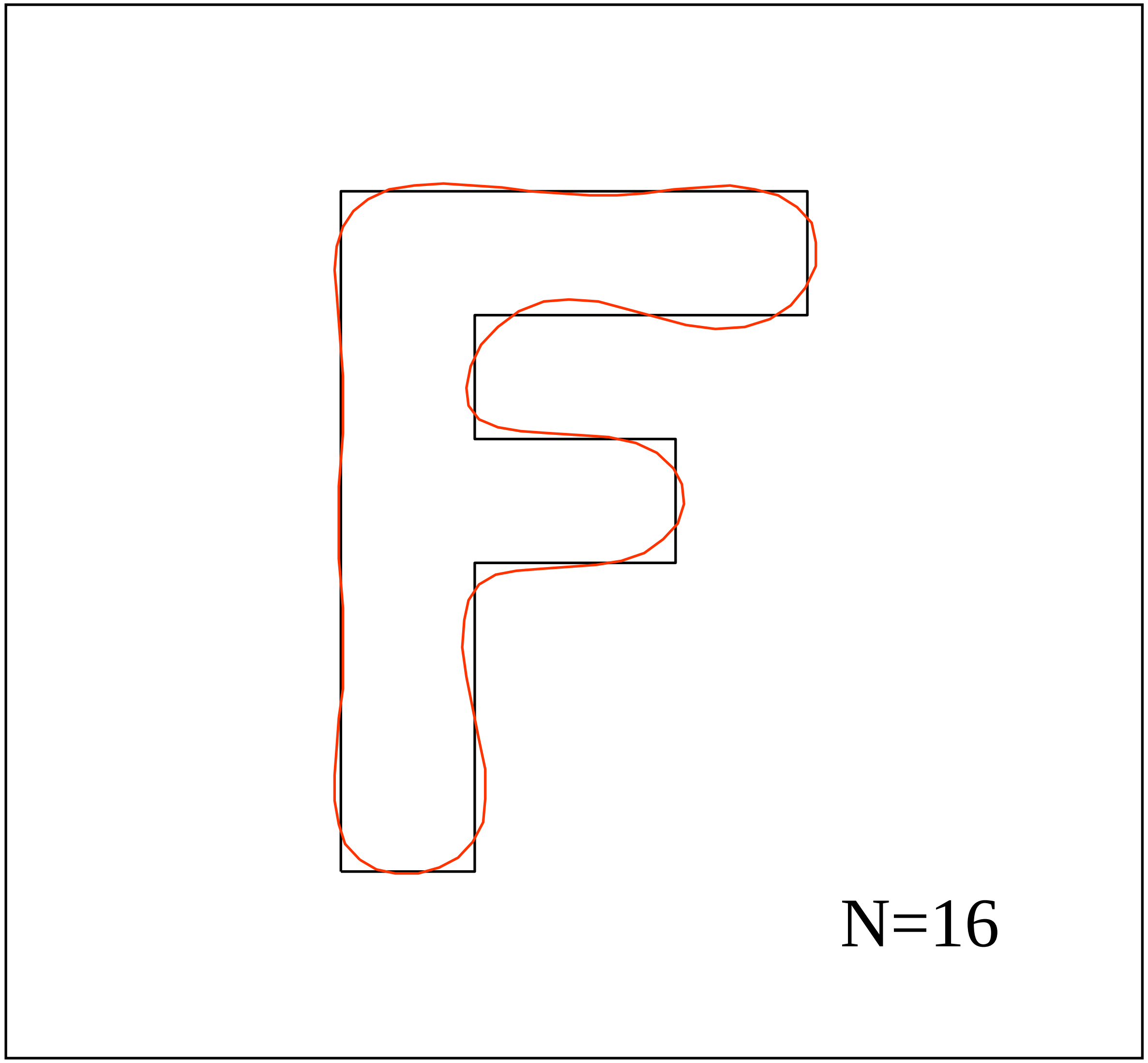
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



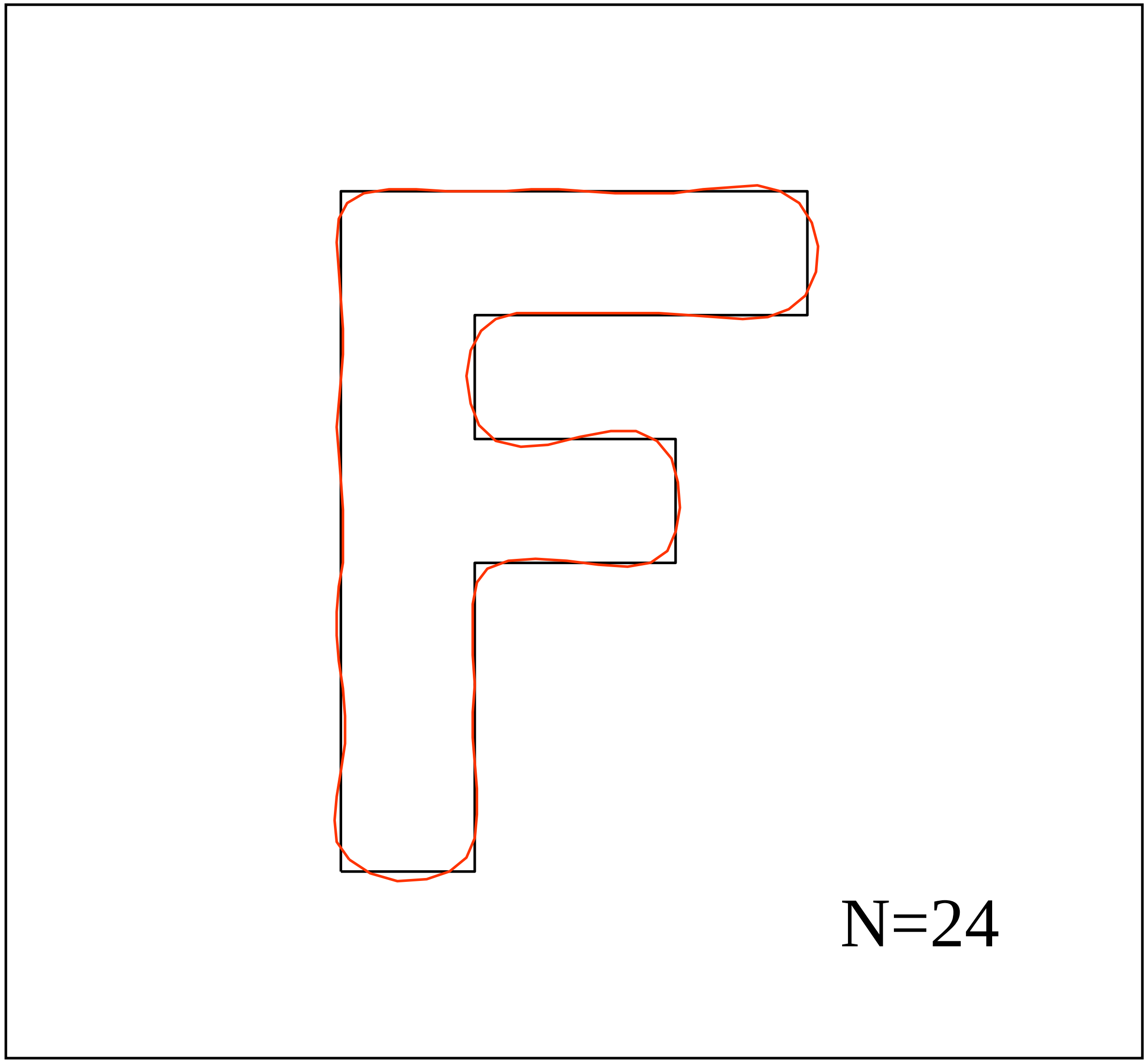
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



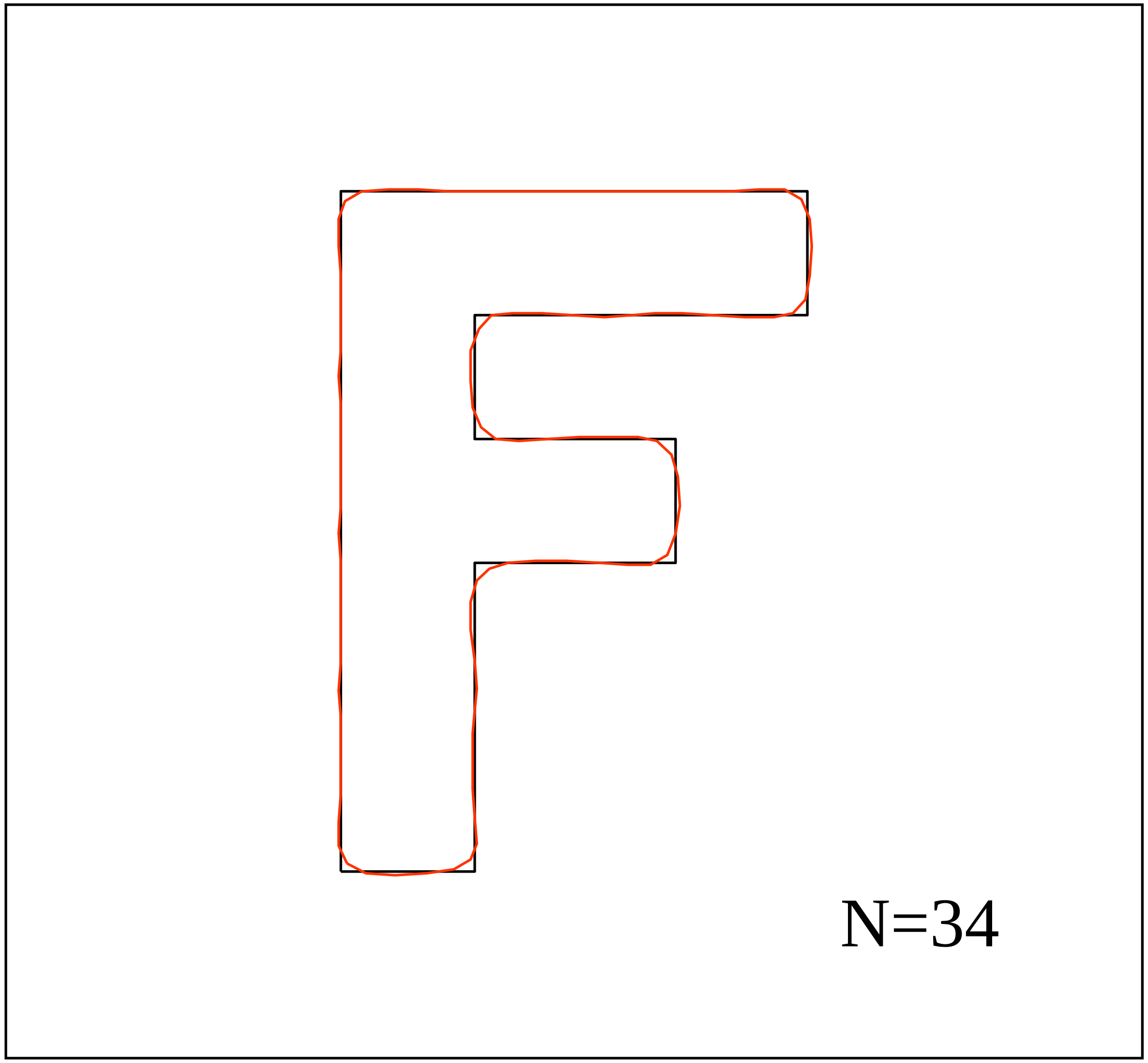
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



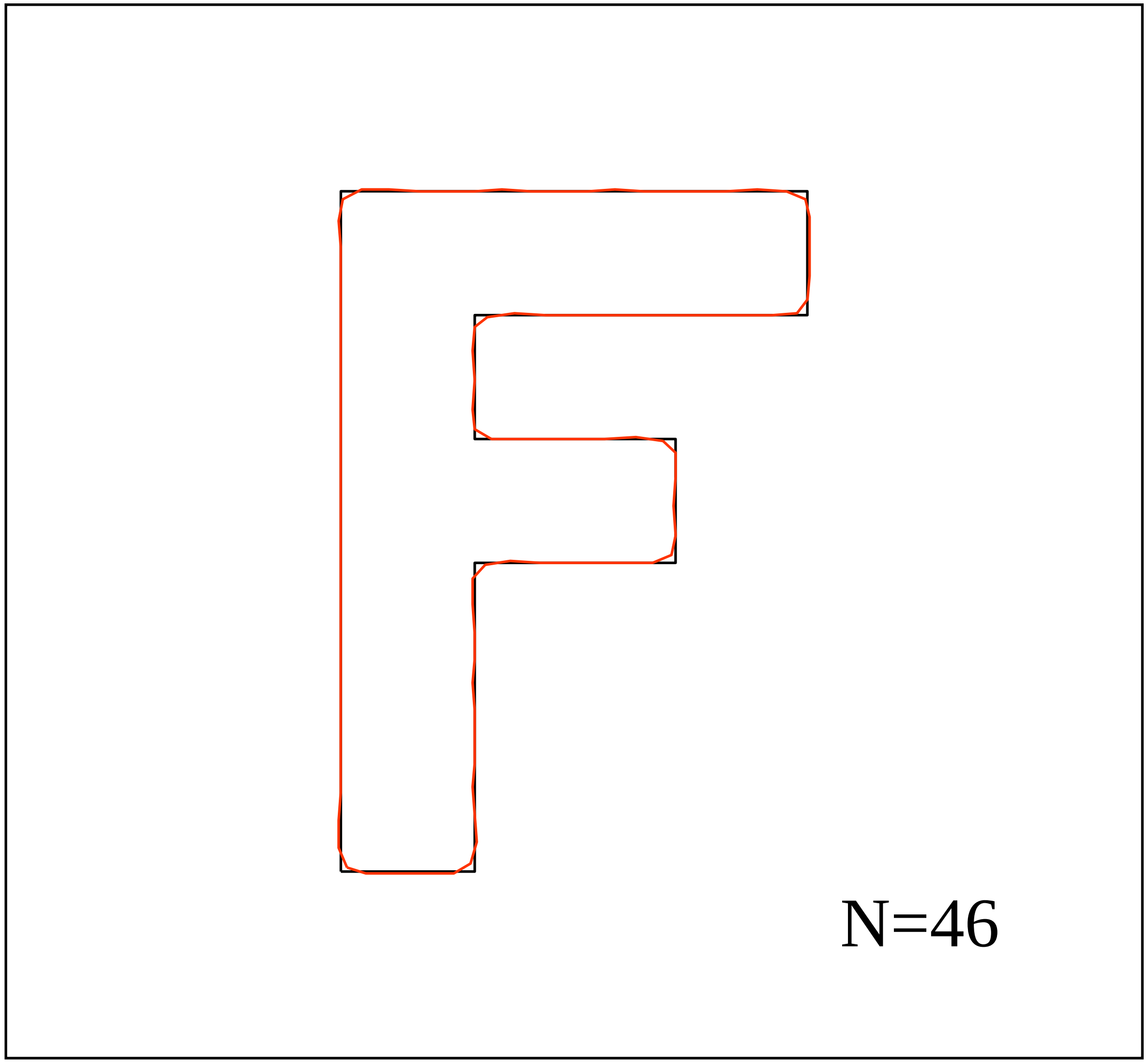
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



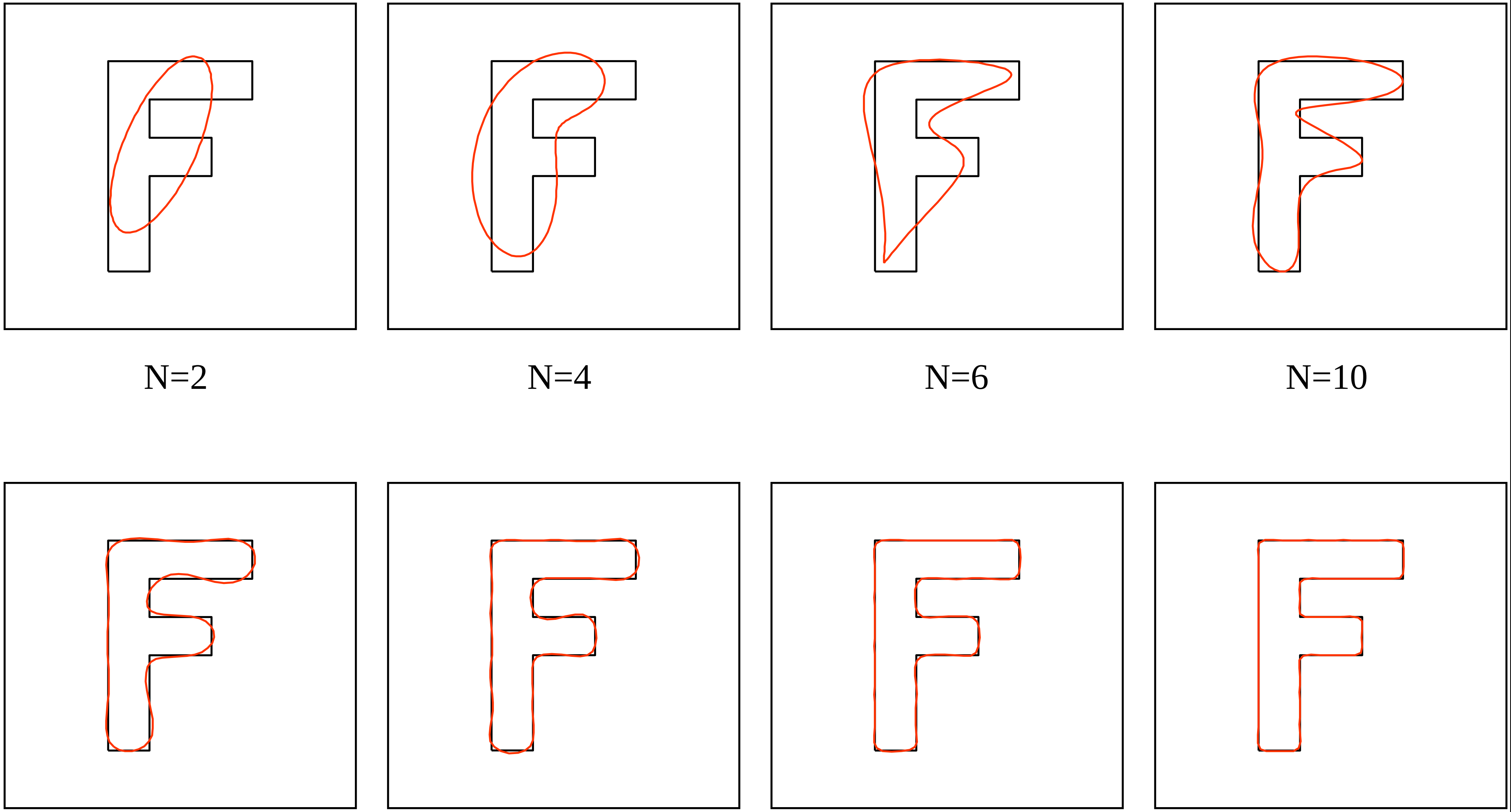
Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



Fouriersynthese einer geschlossenen Kontur



N=2 N=4 N=6 N=10

N=16 N=24 N=34 N=46

Die Freiheitsgrade der Darstellung

Bei freier Wahl der komplexen Zahlen c_0, c_1 und c_{-1} ergeben sich insgesamt 6 Freiheitsgrade. Eine Ellipse besitzt hingegen nur 5 Freiheitsgrade (2 Translationen, 2 Achsen und die Drehung). Wo verbleibt der 6. Freiheitsgrad?

Verschiebt man den Aufpunkt, so ergibt sich:

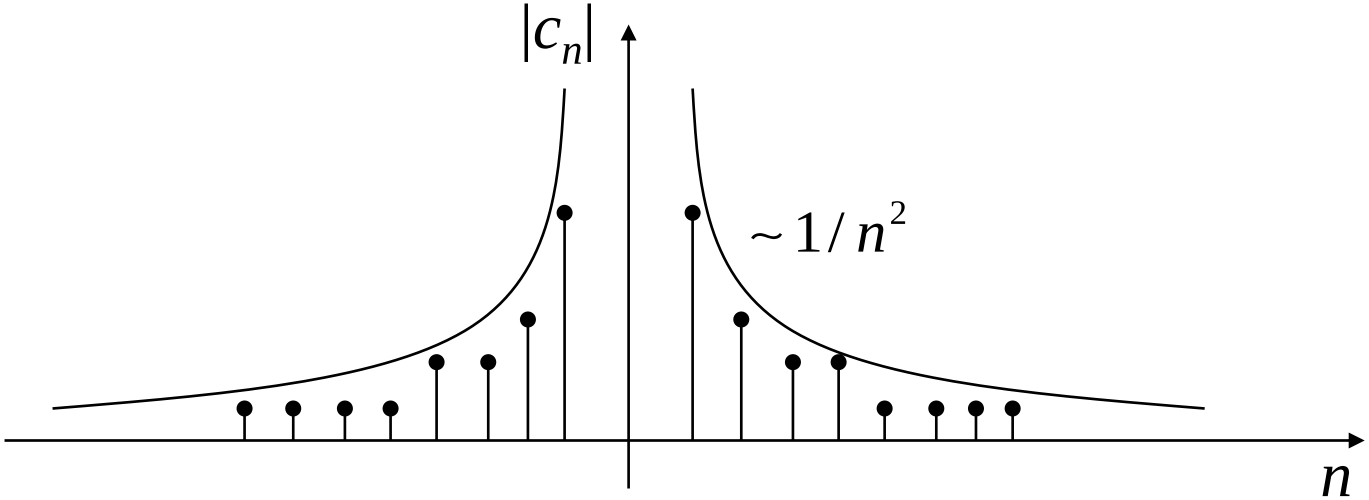
$$x(t+\alpha) = c_0 + c_1 e^{j\omega\alpha} e^{j\omega t} + c_{-1} e^{-j\omega\alpha} e^{-j\omega t}$$

Wählt man α derart, dass $c_1 e^{j\omega\alpha}$ reell wird, so verschwindet ein Freiheitsgrad. Demnach ist die Wahl des Aufpunktes der 6. Freiheitsgrad.

Eigenschaften der Fourierreihen

Die Darstellung einer Kontur mit einer Fourierreihe hat integralen (globalen) Charakter. Es ergibt sich bei Beschränkung auf nur wenige (niederfrequente) Koeffizienten eine wesentliche Datenreduktion im Spektralbereich im Vergleich zur Darstellung mit Abtastwerten im Originalbereich.

Geschlossene Konturen sind stetig und beschränkt. Dafür streben die Beträge der FK mit $1/n^2$ gegen Null (schnelle Konvergenz):

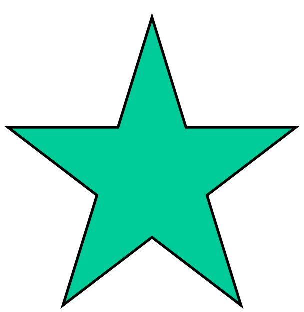


Rotationssymmetrie vom Grade *s*

Rotationssymmetrie vom Grade *s* liegt dann vor, wenn ein Objekt bei Rotation um den Winkel 360 /*s* in sich selbst übergeht.

Dies hat zur Folge, dass nur FK im Abstand *s* von Null verschiedene Werte haben können, nämlich für die Indizes:

$$n = 1 \pm ks \quad \text{für} \quad \forall k \in \mathbb{N}$$



S=5