# Praktikumsversuch

# ${\bf Beleuchtung smodelle}$

S. Rahmann und H. Burkhardt



# **Inhaltsverzeichnis**

1	Bele	eleuchtungsmodelle							
	1.1	Einlei <sup>e</sup>	tung	5					
	1.2	Beleue	chtungsmodelle	6					
		1.2.1	Strahlungsphysikalische Grundlagen	6					
		1.2.2	Diffuse Reflexion	11					
		1.2.3	Spiegelnde Reflexion	13					
		1.2.4	Reflexion an hybriden Oberflächen	17					
	1.3	Photo	metrische Stereoanalyse	18					
		1.3.1	Geometrische Grundlagen	18					
		1.3.2	Lokale Rekonstruktion der Oberfläche	22					
		1.3.3	Globale Rekonstruktion der Oberfläche	26					
		1.3.4	Hintergrundbeleuchtung	28					
		1.3.5	Schattengebiete	29					
		1.3.6	Rekonstruktion hybrider Oberflächen	29					
1.4 Aufgaben		ben	30						
		1.4.1	Theoretischer Teil	30					
		1.4.2	Praktischer Teil	32					

# 1 Beleuchtungsmodelle

## 1.1 Einleitung

In diesem Praktikumsversuch werden physikalische und geometrische Aspekte von Beleuchtung behandelt. Beleuchtung umfaßt die Entstehung von Licht, die Interaktion von Licht mit Körpern der beleuchteten Szene und die Messung von Licht mit einem Kamerasystem. Hauptaugenmerk liegt auf der Untersuchung der Interaktion von Licht mit realen Körpern. Dazu werden geeignete Reflexionsmodelle vorgestellt und deren Einsatzbereich aufgezeigt.

Zuerst wird der Prozeß der Bildentstehung behandelt. Aufgrund der Beleuchtungsbedingungen eines Reflexionsmodells plus einer Szenengeometrie und eines Kameramodells lassen sich Bilder der Szene generieren. Dies ist die Grundaufgabe der Computer Graphik. Es ist ein direktes Problem, da alle Eingangsgrößen des Beleuchtungsmodells bekannt sind, um das Ausgangsprodukt, das Bild, zu generieren. Nachdem die Grundlagen der Bilderzeugung dargestellt sind, kann man den umgekehrten Weg gehen und das inverse Problem lösen: Welche Möglichkeiten der Interpretation bestehen, um aus den Bilddaten die abgebildete Szene zu rekonstruieren? Aus den Ausgangsdaten, nämlich dem Bild, soll auf die Eingangsgrößen zurückgeschlossen werden. Die in diesem Praktikumsversuch verwendete Information zur Bildinterpretation ist die Schattierung (engl.: "shading") der Bilder. Es zeigt sich, daß ein einziges Bild der Szene zur Interpretation dieser im allgemeinen nicht ausreichend ist. Dies führt zum Ansatz des photometrischen Stereos. Dabei werden von einer Szene mehrfach Bilder unter verschiedenen Beleuchtungsbedingungen gemacht. Photometrisches Stereo erlaubt die geometrische Rekonstruktion des betrachteten Körpers. Auch eine von den Beleuchtungsbedingungen invariante Beschreibung der Szene ist möglich.

In Kapitel 2 werden zuerst die Strahlungsphysikalischen Grundlagen zur Beschreibung von Beleuchtung präsentiert. Darauf aufbauend wird das Verständnis für die Reflexion von Licht an Oberflächen vermittelt. Dazu werden diffuse und spiegelnde Reflexion unterschieden. Die meisten realen Oberflächen zeigen eine Kombination dieser beiden Reflexionsarten und werden daher als hybride Oberflächen bezeichnet.

Kapitel 3 stellt die Möglichkeiten der Rekonstruktion eines Objekts mittels pho-

tometrischem Stereos dar. Dazu wird zuerst auf die geometrischen Grundlagen zur Bildentstehung und der Beschreibung von räumlichen Körpern eingegangen. Dann wird aufgezeigt, wie pixelweise die photometrische Bildsequenz interpretiert werden kann. Schließlich wird ein Verfahren vorgestellt, welches die Rekonstruktion der kompletten Objektoberfläche ermöglicht.

Die theoretischen und praktischen Aufgaben werden in Kapitel 4 beschrieben. Der theoretische Teil ist vor dem Praktikum zu bearbeiten. Er dient der Vorbereitung und soll einen zügigen Ablauf des praktischen Teils ermöglichen.

# 1.2 Beleuchtungsmodelle

## 1.2.1 Strahlungsphysikalische Grundlagen

Ein Betrachter sieht ein Objekt dadurch, daß eine Lichtquelle Licht auf das Objekt strahlt, das Licht an dem Objekt reflektiert wird und in das Auge des Betrachters fällt. Licht ist physikalisch gesehen der Transport von Energie; Licht ist Strahlungsenergie. In der Lichtquelle wird elektrische Energie in Wärme umgewandelt, welche als Strahlungsenergie abgestrahlt wird. Ein Teil des Spektrums der Strahlungsenergie liegt im sichtbaren Bereich und wird als Licht bezeichnet. Das von der Lichtquelle abgestrahlte Licht fällt auf das Objekt und wird dort reflektiert. Die Reflexion moduliert die Intensität, das Spektrum und den Polarisationszustand (worauf hier nicht näher eingegangen wird) des Lichts. Schließlich tritt das Licht in das Kamerasystem, bestehend aus dem Objektiv und dem Bildsensor, ein. Der Bildsensor wandelt die einfallende Strahlungsenergie wieder in elektrische Energie um, welche dann einer Helligkeit im Bild zugeordnet wird. Die gemessene Helligkeit ist abhängig von der Lichtquelle, dem Objekt, der Kamera und den geometrischen Verhältnissen zwischen diesen drei Komponenten. Die Zusammenhänge zwischen der Entstehung, der Modulation (Reflexion) und dem Messen des Lichts sollen in diesem Abschnitt erläutert werden.

Für ein fortgeschrittenes Studium der Beleuchtungsmodelle wird auf [4, 2, 1] verwiesen.

Es sei darauf hingewiesen, daß ein phänomenologisches Verständnis der in diesem Kapitel beschriebenen Zusammenhänge ausreichend zur Beantwortung der Fragen und zur Bearbeitung des praktischen Teils ist. Die eher physikalischen Grundlagen sollten daher beim ersten Lesen nicht zu intensiv betrachtet werden und sind für ein eher vertiefendes Lesen gedacht.

**Lichtquelle** Eine Lichtquelle entwickelt die Strahlungsleistung (Energiefluß)  $\Phi$  [W]. Diese wird je nach Art der Lichtquelle gleichförmig in den Raum, punktuell oder in Form einer sogenannten Lichtkeule (dies entspricht den üblichen Glühlampen oder Strahlern) abgestrahlt.

Für weitere Betrachtungen ist der Begriff des Raumwinkels  $\Omega$  notwendig (Abb. 1.1). Der Raumwinkel  $\Omega$  ist das Verhältnis einer Teiloberfläche A einer Kugel zu dem Quadrat des Radius r:

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

Der Raumwinkel einer Kugel ist  $4\pi$  und der einer Hemisphäre  $2\pi$ . Die Einheit des Raumwinkels ist Steradiant [sr].

Bezieht man die Strahlungsleistung auf einen differentiellen Raumwinkel  $d\Omega$ , so ergibt sich die Strahlstärke (Energiefluß pro Raumwinkel) I:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

Die Strahlstärke bestimmt wie hell eine Lichtquelle in eine bestimmte Richtung strahlt. Die Richtung ist dabei die Achse des durch  $d\Omega$  aufgespannten Kegels.

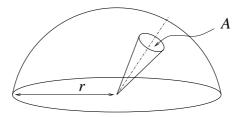


Abbildung 1.1: Definition des Raumwinkels

**Licht pro bestrahlter oder abstrahlender Fläche** Setzt man die Strahlungsleistung in Bezug zur bestrahlten oder abstrahlenden Fläche dA, so erhält man die Bestrahlungsstärke E respektive die spezifische Ausstrahlung M (Energieflußdichte):

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$
 bzw.  $M = \frac{d\Phi}{dA}$ 

Bildet man die Größe Strahlungsleistung pro Fläche und Raumwinkel, so ergibt sich die Strahldichte (Energieflußdichte pro Raumwinkel):

$$L = \frac{d^2\Phi}{dA'd\Omega}$$

Aus der Skizze 1.2 wird deutlich, daß ein Raumwinkel  $d\Omega$  sowohl eine Fläche dA' als auch eine Fläche dA aufspannen kann. Die Flächennormale von dA' ist kollinear

mit der Achse des Kegels. Die Flächennormale von dA bildet mit der Kegelachse den Winkel  $\theta$ . Die Fläche dA' ist die in Richtung der Kegelachse projezierte Fläche dA und wird auch verkürzte Fläche genannt:  $dA' = \cos \theta dA$ . Für die Strahldichte, welche sich auf ein beliebig orientiertes Flächenelement bezieht, ergibt sich:

$$L = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta \, dA \, d\Omega}$$

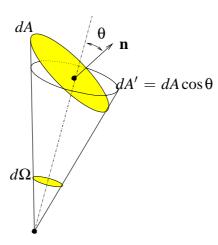


Abbildung 1.2: Raumwinkel eines geneigten Flächenelements

**Photometrisches Entfernungsgesetz** Gegeben sei eine Lichtquelle mit der Strahlstärke I. Wie groß ist dann die Bestrahlungsstärke E einer Fläche, welche im Abstand r von der Lichtquelle positioniert ist und einen Winkel  $\theta$  mit dem Lichtstrahl bildet? Setzt man die Gleichung für die Strahlstärke in die Gleichung für die Bestrahlungsstärke ein, so erhält man:

$$E = I \frac{\cos \theta}{r^2}$$

Mit dem Quotienten  $\frac{1}{r^2}$  drückt sich der Sachverhalt aus, daß die abgestrahlte Energie mit dem Kehrwert des Abstandsquadrates abfällt (Dieser Sachverhalt läßt sich auch aus dem Energieerhaltungssatz ableiten).

BRDF BRDF steht für Bidirectional Reflectance Distribution Function und beschreibt wie "hell" ein Flächenelement bei gegebenen Beleuchtungsverhältnissen aus einer bestimmten Betrachtungsrichtung erscheint. Die BRDF ist die Funktion, welche das Reflexionsverhalten des Objekts beschreibt, und ist folgendermaßen definiert:

$$f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) = \frac{dL_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r; E_i)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)}$$

Die BRDF  $f_r$  ist das Verhältnis der reflektierten differentiellen Strahldichte  $dL_r$  in Betrachterrichtung zur differentiellen Bestrahlungsstärke  $dE_i$ , die aus der Beleuchtungsrichtung auf die Oberfläche einwirkt. Betrachter- wie Beleuchtungsrichtung werden in Polarkoordinaten beschrieben. Die Richtungen werden durch die Deklination  $\theta$  und den Azimut  $\phi$  gegeben, wie aus Skizze 1.3 ersichtlich wird. Für den einfallenden Strahl wird meistens der Index i (incident light) und für den reflektierten Strahl der Index r (reflected light) benutzt. Die Definition der BRDF als der Quotient der differentiellen Größen ist gleichbedeutend mit der Definition: Die BRDF ist die Ableitung der Strahldichte nach der Bestrahlungsstärke. Daraus folgt dann auch direkt, daß die Strahldichte sich durch Integration über der gesamten einfallenden Strahlung ergibt:

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = \int_{\Omega_i} f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) dE_i(\theta_i, \phi_i)$$

Besteht die Beleuchtung aus nur einer punktförmigen Lichtquelle (nur diese Fälle werden im Praktikum behandelt), so entfällt obige Integration. Das Licht fällt aus nur einer bestimmten Richtung auf die Objektoberfläche.

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) E_i(\theta_i, \phi_i)$$

In den folgenden Abschnitten wird die BRDF für verschieden reflektierende Oberflächen behandelt und daraus die Reflexionseigenschaften abgeleitet.

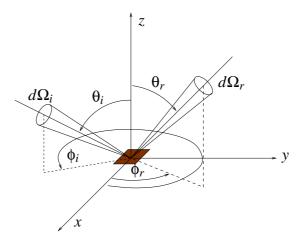


Abbildung 1.3: Geometrie der BRDF

Kamera Von der Objektoberfläche wird die Strahldichte  $L_r$  reflektiert und fällt in das Kamerasystem, bestehend aus Objektiv und Bildsensor. Der Lichtstrahl bildet einen Winkel  $\alpha$  mit der optischen Achse der Kamera. Die Kamera ist

auf eine Blende d eingestellt und besitzt die Brennweite f. Die auf den Sensor treffende Bestrahlungsstärke E ist dann:

$$E = L_r \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{f}\right)^2 \cos^4(\alpha)$$

Betrachtet man den zentralen Bildbereich, so ist  $\alpha$  sehr klein und es folgt:  $E \sim L_r$ .  $\alpha$  ist ebenfalls klein, wenn das Objektiv eine große Brennweite besitzt und alle Strahlen fast parallel in die Kamera einfallen (siehe dazu auch 1.3.1).

Die auf dem Bildsensor eintreffende Bestrahlungsstärke wird in dem entsprechenden Element des  $\mathrm{CCD^1}$  Sensors in elektrische Ladung umgewandelt. Die Anzahl der generierten Elektronen ist dabei proportional zur Anzahl der eintreffenden Photonen. Diese Ladung wird bei der Bildaufnahme aus dem CCD Chip ausgelesen und linear verstärkt. Dieses Signal wird digitalisiert und ergibt schließlich das Bild in Form von Pixelhelligkeiten, das Intensitätsbild I. Die Bildintensität ist proportional zur Bestrahlungsstärke des Sensors. Daher ist die Bildintensität auch proportional zur vom Objekt reflektierte Strahldichte  $L_r$ :

$$I \sim L_r$$

Multiple Lichtquellen Bisher bestand das Szenario aus einer einzelnen Beleuchtungsquelle, welche Licht auf das reflektierende Objekt wirft. Diese einzelne Lichtquelle wird als Punktlichtquelle angenommen, welche durch ihre Strahlungsleistung (Helligkeit) und ihre Position im Raum gekennzeichnet ist; idealerweise besitzt eine Punktlichtquelle ein isotropes Strahlungsverhalten. Räumlich ausgedehnte Lichtquellen können als Ensemble von Punktlichtquellen modelliert werden.

Wie läßt sich nun die Bildentstehung beschreiben, wenn eine statische Szene von mehreren Lichtquellen beleuchtet wird? Das entstandene Bild I ist eine Funktion der geometrischen und photometrischen Objekteigenschaften O und der Gesamtbeleuchtung  $\mathcal{L}$ :

$$I = I(\mathcal{L}, \mathcal{O})$$

Die Gesamtbeleuchtung  $\mathcal{L}$  setzt sich aus den einzelnen Lichtquellen  $\mathcal{L}_i$  zusammen. Die Bestrahlungsstärke des Objekts ist E. Da die einzelnen Lichtquellen zueinander nicht kohärentes Licht<sup>2</sup> abstrahlen, interagieren die einzelnen Wellen nicht. Die Bestrahlungsstärke ergibt sich daher durch simple Addition der einzelnen Bestrahlungsstärken:  $E = \sum_i E_i$ . Das Gleiche gilt für die reflektierte Strahldichte:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>CCD steht für *Charge Coupled Device* und bezeichnet die Technik und Technologie des Bildsensors. Die meisten der heute eingesetzten Bildsensoren sind von diesem Typ.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Licht wird als nicht kohärent bezeichnet, wenn es keine definierte Phase besitzt.

 $L = \sum_{i} L_{i}$ . Für das Bild ergibt sich folgendes:

$$I = I(\mathcal{L}, \mathcal{O}) = I(\sum_{i} \mathcal{L}_{i}, \mathcal{O}) = \sum_{i} I(\mathcal{L}_{i}, \mathcal{O}) = \sum_{i} I_{i}$$

Das Superpositionsprinzip, welches für das bestrahlende Licht gilt, ist ebenso für die entstehenden Bilder gültig. Besonders deutlich wird dies bei bei der Lambert'schen Reflexion: Das Bild läßt sich direkt als Linearkombination der Lichtvektoren schreiben.

**Skalierung der Bildintensitäten** Aus den beiden vorherigen Abschnitten wird deutlich, daß die Bildintensität nicht nur proportional zur vom Objekt reflektierten Strahldichte  $L_r$  ist, sondern auch proportional zur Strahldichte der Lichtquelle L:

$$I \sim L$$

Man könnte sich nun daran machen die Proportionalitätskonstante zwischen diesen beiden Größen zu bestimmen. Voraussetzung wäre aber dazu die Messung der Strahldichte L. Dies ist zwar möglich, doch verschafft es im Kontext der Bildverarbeitung keinen zusätzlichen Nutzen. Man kann daher das aufgenommene Bild beliebig skalieren, ohne daß die enthaltene Information verändert wird. Wichtig dabei ist nur, daß alle Bilder, z.B. einer photometrischen Stereo Bildsequenz, einheitlich skaliert werden, so daß das Verhältnis der Bilder untereinander gewahrt bleibt.

#### 1.2.2 Diffuse Reflexion

In Abbildung 1.4 ist die Geometrie der Reflexion eines Lichtstrahls an einem ebenen Objekt dargestellt. Die Lichtquelle beleuchtet das Objekt aus der Beleuchtungsrichtung  $\mathbf{l}$  (für engl. light). Der Betrachter oder die Kamera schaut aus der Richtung  $\mathbf{v}$  (für engl. viewer) auf die Szene. Die Oberfläche besitzt als Flächennormale den Vektor  $\mathbf{n}$ . Für den Einfalls- respektive Ausfallswinkel gilt dann wegen Normierung der Vektoren (siehe auch 1.3):  $\cos(\theta_i) = \langle \mathbf{n}, \mathbf{l} \rangle$  bzw.  $\cos(\theta_r) = \langle \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle$ .

#### Lambert-Reflexion

Ein Lambert-Strahler ist das Modell für einen diffus reflektierenden Körper und zeichnet sich durch folgende Eigenschaften aus:

• Der Körper absorbiert kein Licht. Das auf den Körper einfallende Licht wird komplett reflektiert. Bestrahlungsstärke = spez. Ausstrahlung

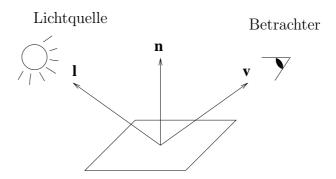


Abbildung 1.4: Geometrie der Reflexion

• Der Körper erscheint von allen Betrachtungsrichtungen aus gleich hell. Die BRDF wie die reflektierte Strahldichte sind konstant

$$L(\theta_e, \varphi_e) = L$$
 und  $f_r(\theta_i, \varphi_i; \theta_r, \varphi_r) = f_r$ 

Der erste Punkt würde praktisch bedeuten, daß der Körper in der Farbe erscheint, welche das einfallende Licht besitzt. Bei einer reinen Helligkeitsmessung, also ohne die Farbinformation, würde solch ein Körper weiß erscheinen. Nur wenige reale Oberflächen kommen dieser Modellannahme nahe. Im nächsten Abschnitt wird der Begriff der Albedo eingeführt, welcher die Modellierung realer, diffuser Strahler ermöglicht, und das Modell des Lambert-Strahlers geeignet erweitert. Die BRDF ist dann konstant, wenn das Reflexionsverhalten isotrop ist. Dies bedeutet, daß die Objektoberfläche keine Vorzugsrichtung besitzt, sowohl was die Beleuchtung wie auch die Betrachtung angeht. Objekte, welche eine Textur der Oberfläche aufweisen, wie zum Beispiel Textilien oder gefräßte Metalle, weisen anisotropes Reflexionsverhalten auf. Eine physikalisch motivierte Begründung für die Isotropie der diffusen Reflexion wird in 1.2.4 gegeben.

Die Strahldichte ist keine Funktion der Betrachtungsrichtung, aber sehr wohl eine Funktion der Beleuchtungsrichtung, was sich sofort aus dem photometrischen Entfernungsgesetz ergibt. Die effektive Bestrahlungsstärke E ist proportional zum Kosinus des Einfallswinkel, da die bestrahlte Fläche verkürzt ist. Ist  $E_0$  die von der Lichtquelle auf das Objekt abgestrahlte Strahlungsstärke so gilt für die effektive Bestrahlungsstärke:  $E = E_0 \cos(\theta_i)$ . Das Lambertsche Kosinusgesetz lautet:

• Die reflektierte Strahldichte ist proportional zum Kosinus des Einfallswinkels.

$$L \sim \cos(\theta_i)$$

Die BRDF eines Lambert-Strahlers ist  $f_r = \frac{1}{\pi}$  und somit folgt:

$$L = \frac{E_0}{\pi} \cos(\theta_i)$$

#### **Diffuse Reflexion**

Die notwendige Erweiterung des Lambert-Strahlers zu einem realen Reflexionsmodell führt zu dem Begriff der Albedo, welche mit  $\rho$  bezeichnet wird. Die Albedo gibt den Anteil der reflektierten Strahlung an und es gilt daher:  $\rho \in [0,1]$ . Dadurch ist es überhaupt erst möglich unterschiedlich hell reflektierende Oberflächen zu modellieren. Oberflächen erscheinen nun in unterschiedlichen Graustufen. Dies führt zu dem Modell der diffusen Reflexion:

$$L = \frac{E_0}{\pi} \rho \cos(\theta_i)$$

Die reflektierte Strahldichte L ist proportional zur einfallenden Bestrahlungsstärke  $E_0$ , der Albedo  $\rho$  und dem Kosinus des Einfallswinkels  $\cos(\theta_i)$ .

Schließlich ist die Gleichung für die im Bild gemessene Intensität I aufzuschreiben:

$$I = E \rho_D \cos(\theta_i)$$

Die reflektierte Helligkeit ist nun das Produkt von einem photometrischen und einem geometrischen Term. Die Albedo  $\rho_D$  ist die Grundhelligkeit des diffus reflektierten Lichts an einem Oberflächenpunkt. Der Term  $\cos(\theta_i)$  drückt die Abhängigkeit vom Einfallswinkel aus. Oft wird die Bildintensität I oder die Bestrahlungsstärke E derart skaliert, daß für die Albedo in obiger Formulierung gilt:  $\rho_D \in [0,1]$ .

Obwohl die Bezeichnung nicht korrekt ist, wird ein diffus reflektierender Körper oft als Lambert-Strahler bezeichnet.

## 1.2.3 SpiegeInde Reflexion

Ein andere Bezeichnung für spiegelnde Reflexion ist gerichtete Reflexion. Dadurch kommt zum Ausdruck, daß im Gegensatz zur diffusen Reflexion die reflektierte Strahldichte von der Richtung des Betrachters abhängt. In der idealen, physikalischen Modellierung der Reflexion wird dies durch den Satz "Ausfallswinkel ist gleich Einfallswinkel" zusammengefaßt. Nur hochglänzende Oberflächen (Spiegel) erfüllen diesen Satz. Für glänzende, also in gewissem Maße auch rauhe Oberflächen bedarf es eines erweiterten Verständnisses und einem detaillierteren Blick auf die zugrunde liegende Physik.

## **Der Spiegel**

Quasi als Einleitung in den Abschnitt der spiegelnden Reflexion stellen wir den Sachverhalt für hochglänzende Materialien, also Spiegel, dar. Es gilt die Gleichheit von Ein- und Ausfallswinkel:

$$\theta_i = \theta_r$$

Weiterhin wird durch den einfallenden Strahl  ${\bf l}$ , den reflektierten Strahl  ${\bf v}$  und den Flächennormalenvektor  ${\bf n}$  die sogenannte Reflexionsebene aufgespannt. Daraus folgt für die Azimute:

$$\varphi_i = \varphi_r + \pi$$

Das Licht wird an der Oberfläche nicht gestreut. In der Kamera erscheint ein "'scharfes" Bild der Lichtquelle. Für die BRDF eines Spiegels gilt demnach:

$$f_r \sim \delta(\theta_i - \theta_r) \delta(\varphi_i - \varphi_r + \pi)$$

### Spiegelnde Reflexion an beliebigen Materialien

Nicht nur bei hochglänzenden Materialien tritt spiegelnde Reflexion auf. Viele reale Oberflächen sind ebenfalls glänzend und besitzen einen spiegelnd reflektierenden Anteil. Die Stärke der spiegelnden Reflexion im Vergleich zur Stärke der diffusen Reflexion hängt vom Grad der Rauhheit der Oberfläche ab. Rauhe Oberflächen reflektieren eher diffus und glatte eher spiegelnd. Bei der Mehrzahl von Objekten ist die tatsächliche Reflexion eine Kombination von diffuser und spiegelnder Reflexion (siehe 1.2.4). Die Art der spiegelnden Reflexion ist aber grundsätzlich anders als diejenige, welche in 1.2.3 beschrieben wurde. Bei der spiegelnden Reflexion an rauhen Oberflächen wird das Licht nicht nur punktuell in eine Richtung reflektiert, sondern innerhalb einer sogenannten Reflexionskeule. Dieses Phänomen tritt zum Beispiel dann auf, wenn eine gerichtete Lichtquelle eine glänzende Oberfläche bestrahlt. Der Betrachter sieht die Lichtquelle in Form eines sogenannten Glanzlichtes auf der Objektoberfläche. Ein Glanzlicht ist kein scharfes Abbild der Lichtquelle wie es beim Spiegel der Fall ist. Ein Glanzlicht ist ein "verschmiertes" Bild der Lichtquellen.

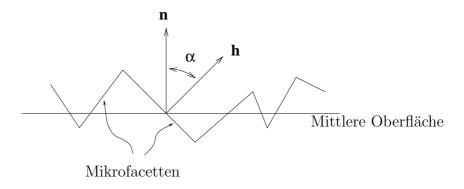


Abbildung 1.5: Modellierung der Oberfläche durch Mikrofacetten

Oberflächenmodellierung In Skizze 1.6 ist die Modellierung einer rauhen Oberfläche im Profil dargestellt, so wie sie zur Beschreibung von spiegelnder Reflexion an beliebigen Oberflächen hilfreich ist. Die Oberfläche wird als Menge von Mikro-Facetten beschrieben [5]. Jede Mikrofacette ist ein ebenes Flächenelement. Die gesamte Oberfläche setzt sich aus Mikrofacetten zusammen, welche in Größe und Orientierung einer zufälligen Verteilung unterliegen, so daß die makroskopische Oberfläche isotrop ist. Voraussetzung für das im folgenden hergeleitete Reflexionsmodell ist, daß die Dimension der Mikrofacetten größer als die Wellenlänge des Lichtes ist. Weiterhin sollten natürlich die Mikrofacetten mikroskopischen Maßstab besitzen, so daß für den Betrachter die Oberfläche als homogen und glatt erscheint. Jeder Mikrofacette ist eine Flächennormale  $\mathbf{h}$  zugeordnet. Die Flächennormale  $\mathbf{h}$  der Mikrofacette bildet mit der makroskopischen Flächennormalen  $\mathbf{n}$  den Neigungswinkel  $\alpha$ . Es wird angenommen, daß der Neigungswinkel  $\alpha$  ein Zufallsvariable ist.  $\alpha$  unterliegt einer Normalverteilung mit dem Mittelwert  $\overline{\alpha} = 0$  und der Standardabweichung  $\sigma_{\alpha}$ :

$$p(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\alpha}} \exp(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_{\alpha}^2})$$

In Skizze 1.6 sind die geometrischen Verhältnisse dargestellt:

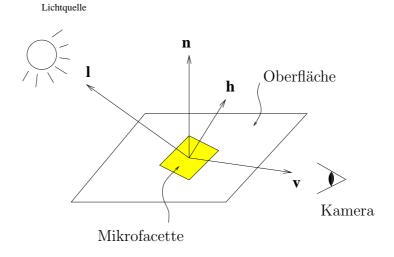


Abbildung 1.6: Geometrie der Reflexion an Mikrofacetten

- Die Flächennormale **n** und der einfallende Lichtstrahl **l** bilden den Einfallswinkel  $\theta_i$ .
- Die Flächennormale **n** und der reflektierte Lichtstrahl **v** bilden den Ausfallswinkel  $\theta_r$ .
- Einfallender und reflektierter Strahl bilden die Reflexionsebene, in welcher die Flächennormale **h** der reflektierenden Mikrofacette als die Winkelhalbie-

rende von **l** und **v** liegt. Für den Reflexionswinkel  $\beta$  gilt:  $\cos(\beta) = \mathbf{l}^T \mathbf{h} = \mathbf{v}^T \mathbf{h}$ . Die Flächennormale **h** berechnet sich aus den Lichtstrahlen **l** und **v** durch:

$$\mathbf{h} = \frac{\mathbf{l} + \mathbf{v}}{|\mathbf{l} + \mathbf{v}|}$$

• Für die Neigung der Mikrofacette gilt:

$$\cos(\alpha) = \mathbf{n}^T \mathbf{h}$$

.

**Torrance-Sparrow Reflexionsmodell** Das Torrance-Sparrow Modell hat sich als geeignetes Modell herausgestellt, um die spiegelnde Reflexion an rauhen Oberflächen zu erklären:

$$L = EFGk \exp(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_{\alpha}^2})$$

Die reflektierte Strahldichte L ist wie bei der diffusen Reflexion proportional zur Bestrahlungsstärke E.

Gerichtete Reflexion unterliegt physikalischen Gesetzmäßigkeiten, welche durch die Theorie der Elektrodynamik zu erklären sind. Diese halten Einfluß in den Fresnel-Koeffizienten F. Der Fresnel-Koeffizient ist abhängig vom Reflektionswinkel  $\beta$ , vom Brechungsindex n des reflektierenden Materials und der Wellenlänge der Lichtquelle. Es stellt sich heraus, daß der Fresnel-Koeffizient für einen praktisch relevanten Bereich von  $\beta \in [0,75^\circ]$  quasi konstant ist. Unter der realistischen Annahme, daß ein zu untersuchender Bereich des Objekts aus demselben Material besteht, verschwindet auch die Abhängigkeit vom Brechungsindex. Da die Variation des Fresnel-Koeffizienten durch die Wellenlänge des Lichtes über dem sichtbaren Bereich vernachlässigbar ist, folgt, daß der Fresnel-Koeffizient als eine Konstante angenommen werden kann.

Der Koeffizient G wird eingelight G wird einem G wird experiment G wire experiment G wird experiment G wire experiment

Der dominante Faktor in der Formel für die spiegelnd reflektierte Strahldichte ist der Exponentialterm  $\exp(-\frac{\alpha^2}{\sigma^2})$ . Der Term  $2\sigma_{\alpha}^2$  kann der Einfachheit halber

durch  $\sigma^2$  ersetzt werden.  $\sigma$  ist ein Maß für die Rauhheit der Oberfläche. Für eine diffus reflektierende Oberfläche gilt:  $\sigma \to \infty$ , und für einen perfekten Spiegel  $\sigma = 0$ . Für Neigungswinkel  $\alpha$  größer  $\sigma$  geht der Exponentialterm sehr schnell gegen null. Die Eigenschaft der gerichteten Reflexion drückt sich in diesem Term aus. Zusammenfassend kann folgender Ausdruck für die Bildintensität bei spiegelnder Reflexion aufgestellt werden:

$$I_S = \rho_S \exp(-\frac{\alpha^2}{\sigma^2})$$

## 1.2.4 Reflexion an hybriden Oberflächen

Ein realer Körper weist meist hybride Reflexionseigenschaften auf. Dies bedeutet, daß die Bildintensität sowohl aus einer spiegelnd als auch einer diffus reflektierten Komponente gebildet wird:

$$I = I_D + I_S = \rho_D \cos(\theta_i) + \rho_S \exp(-\frac{\alpha^2}{\sigma^2})$$

An dieser Stelle ist es angebracht, einen genaueren Blick auf die Physik der Reflexion zu werfen. Der spiegelnd und diffus reflektierte Anteil entstehen durch unterschiedliche physikalische Vorgänge. Die spiegelnde Reflexion wird auch als Oberflächenreflexion bezeichnet: Ein Teil des auf das Objekt einstrahlenden Lichts wird an den Mikrofacetten reflektiert. Entscheidend für diesen Lichtanteil ist die Beschaffenheit der Materialoberfläche. Das Spektrum des Lichts wird durch die Reflexion nicht verändert. Glanzlichter besitzen typischerweise das Spektrum der Lichtquelle. Der zweite Teil des einfallenden Lichts dringt in das Material ein und wird intern mehrfach reflektiert und gebrochen. Schließlich tritt der Lichtstrahl wieder aus dem Medium aus. Diffuse Reflexion wird deshalb auch Körperreflexion genannt. Physikalisch betrachtet ist die Körperreflexion aber keine Reflexion, sondern eine Brechung. Bei isotropen Materialien gibt es für diesen Prozeß keine Vorzugsrichtung, und so ist die Orientierung des austretenden Lichtstrahls gleichwahrscheinlich über alle Austrittswinkel verteilt. Dies ist die Begründung dafür, daß ein diffus reflektierender Körper von allen Blickrichtungen aus betrachtet gleich hell erscheint. Durch die mehrfache Interaktion des Lichts mit dem Material ändert sich das Spektrum des Lichtstrahls. Das Licht nimmt die für das Objekt charakteristische Farbe an, indem Teile des Lichtspektrums absorbiert werden. Somit ergibt sich, daß der diffus reflektierte Anteil die Farbund Helligkeitsinformation über den Körper enthält. Abschließend sei erwähnt, daß das Mikrofacettenmodell auch zur Beschreibung von diffus reflektierenden Oberflächen herangezogen wird [6]. Reale Oberflächen werden dadurch genauer beschrieben als durch das einfache Lambert'sche Kosinusgesetz. Es ergibt sich, daß für große Reflexionswinkel Abschattungs- und Verdeckungseffekte eintreten, genau wie es für die spiegelnde Reflexion auch gilt.

## 1.3 Photometrische Stereoanalyse

## 1.3.1 Geometrische Grundlagen

## Bildentstehung

Dieses Kapitel konzentriert sich auf die Rekonstruktion von Objektoberflächen mittels photometrischem Stereo. Die Rekonstruktion von Oberflächen wird auch als  $2\frac{1}{2}$ D Rekonstruktion bezeichnet. Ausgehend von der Information in den aufgenommenen Bildern soll auf die geometrische Struktur des abgebildeten Objekts geschlossen werden. Um diesen Rückschluß zu vollziehen muß man Klarheit darüber besitzen, wie sich das Objekt in der Kamera abbildet, wie also das Bild entsteht. Zu diesem Zweck wird ein Kameramodell aufgestellt, welches die Abbildung eines 3D Raumpunktes  $\mathbf{X}$  in einen 2D Bildpunkt  $\mathbf{x}$  beschreibt:

$$\mathcal{R}^3 \ni \mathbf{X} \quad \xrightarrow{Kameramodell} \quad \mathbf{x} \in \mathcal{R}^2$$

Die Rekonstruktion beschreibt die entgegengesetze Richtung:

$$\mathcal{R}^3 \ni \mathbf{X} \quad \underset{\textit{Rekonstruktion}}{\longleftarrow} \quad \mathbf{x} \in \mathcal{R}^2$$

Zum weiterführenden Lesen sei auf [4, 3] verwiesen.

Die schwach-perspektivische Kamera Das allgmeinste Kameramodell ist die perspektivische Kamera. Dieses Modell entspricht zum Beispiel auch den Abbildungseigenschaften des menschlichen Auges. Ein Hauptcharakteristikum der perspektivischen Abbildung ist, daß in der Welt parallele Linien nicht unbedingt auf parallele Linien im Bild abgebildet werden. Diese Eigenschaft ist unter den Begriffen wie Fluchtpunkt oder perspektivische Verzerrung bekannt. Als Einschränkung der perspektivischen Kamera ist es oft sinnvoll die schwach-perspektivische Kamera als Modell zu Grunde zu legen. Bei einer schwach-perspektivische Kamera bleiben in der Welt parallele Linien auch im Bild parallel. Als Voraussetzung muß gelten, daß entweder die relative Tiefe der betrachteten Szene klein ist oder der Blickwinkel schmal. In diesen Fällen ist der Fehler, welcher durch das vereinfachte Modell der schwach-perspektivischen Kamera entsteht, vernachlässigbar. Die relative Tiefe ist das Verhältnis der Tiefe des Objekts zum Abstand des Objekts zur Kamera. Eine kleine relative Tiefe bedeutet demnach, daß das Objekt relativ flach ist. Der Blickwinkel ist dann schmal, wenn das Kameraobjektiv eine große Brennweite besitzt (Teleobjektiv).

Die Geometrie der perspektivischen und der schwach-perspektivischen Abbildung ist in Skizze 1.7 dargestellt. Die optische Achse ist die Z-Achse. Senkrecht zu dieser steht im Abstand der Brennweite f die Bildebene.

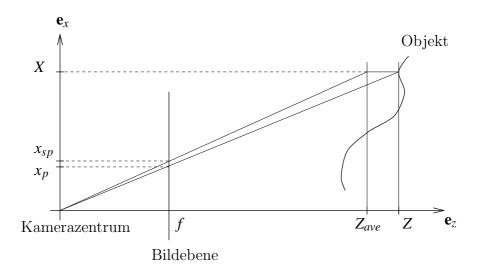


Abbildung 1.7: Abbildungsgeometrie

Die Formel für einen unter perspektivischer Abbildung entstandenen Bildpunkt  $x_p$  lautet:

$$x_p = \frac{f}{Z}X$$

Bei der schwach-perspektivischen Abbildung wird davon ausgegangen, daß die Variation in der Tiefe des Objekts vernachlässigbar gering ist. Daher wird allen Objektpunkten die durchschnittliche Tiefe  $Z_{ave}$  zugeordnet. Die schwachperspektivischen Abbildung ist somit eine Hintereinanderreihung einer Parallelprojektion und einer perspektivischen Projektion. Für einen unter schwachperspektivischer Abbildung entstandenen Bildpunkt  $x_{sp}$  gilt:

$$x_{sp} = \frac{f}{Z_{ave}} X$$

### Beschreibung der Objektoberfläche

Oberflächen eines dreidimensionalen Körpers lassen sich auf verschiedene Arten beschreiben. Eine Möglichkeit ist die implizite Darstellungsform: F(X,Y,Z)=0. Für die Beschreibung von Szenenobjekten besser geeignet ist die explizite Darstellungsform: Z=f(X,Y). Die Oberfläche wird als eine skalare Funktion über der XY-Ebene definiert. Wenn Z(X,Y) der Abstand des Oberflächenpunkts zum Kamerazentrum ist, spricht man auch von der Tiefe Z(X,Y). f(X,Y) ist eine Funktion und somit gibt es kein Paar (X,Y) zu dem zwei unterschiedliche Funktionswerte Z gehören. Diese Tatsache bedeutet allerdings keine Einschränkung, wenn die Z-Achse mit der optischen Achse zusammenfällt. Dann ist nämlich der

komplette, von der Kamera aus sichtbare Bereich der Objektoberfläche durch diese Darstellungsform zu beschreiben (siehe Abb. 1.8). Über "Aushöhlungen" oder Betrachtungsschatten im Objekt (schraffiert gekennzeichneter Bereich), welche von dem Betrachter aus nicht einzusehen sind (das Objekt selbst wird als opak angenommen), kann keine Aussage getroffen werden. An der Stelle (X,Y), welche die Werte  $Z_1$  und  $Z_2$  annimmt, tritt somit eine Unstetigkeitsstelle auf. Wie groß die Differenz  $|Z_2 - Z_1|$  ist, kann der Betrachter von einer einzigen Betrachtungsrichtung aus nicht feststellen. Da auch  $|Z_2 - Z_1| = 0$  möglich ist, kann der Betrachter noch nicht einmal eine Aussage darüber machen, ob überhaupt eine Unstetigkeitsstelle vorliegt. Es gibt somit eine ganze Familie von Oberflächen, welche dasselbe Bild liefern würden. Da die Rekonstrukion aber eindeutig sein soll, fordert man von der Oberfläche Stetigkeit.

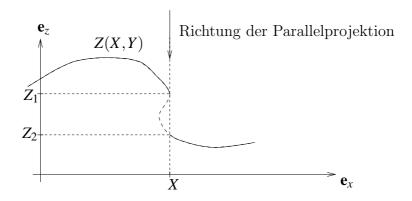


Abbildung 1.8: Explizite Darstellung einer Oberfläche

In der Abbildung 1.9 ist der Zusammenhang zwischen der Oberfläche Z(X,Y) und der Flächennormalen  $\mathbf{n}$  aufgezeigt. In X-Richtung besitzt die Fläche die Steigung p, welche durch die partielle Ableitung gegeben ist:  $p = \frac{\partial Z(X,Y)}{\partial X}$ . Die Tangentialebene wird durch den Normalenvektor  $\mathbf{n}$  definiert. Aus der Skizze ist direkt ersichtlich, daß für den Normalenvektor gilt:  $\mathbf{n} = (-p,1)^T$ . Im zweidimensionalen Fall folgt:

$$\mathbf{n} = (-p, -q, 1)^T = (-\frac{\partial Z(X, Y)}{\partial X}, -\frac{\partial Z(X, Y)}{\partial Y}, 1)^T$$

Aus welchem Grund kann die Z-Komponente gleich eins gesetzt werden? Wäre die Z-Komponente null, so würde der Normalenvektor senkrecht auf der Projektionsrichtung stehen, bzw. die Projektionsrichtung würde in der Tangentialebene liegen. Folglich wäre dies ein Oberflächenpunkt, welcher vom Betrachter nicht eingesehen werden kann (Reflexionswinkel  $\theta_r = 90^{\circ}$ ). Derartige Punkte liefern keine Information im Bild und sind daher auch nicht zu rekonstruieren.

Bisher wurde die Objektoberfläche als eine zumindest stückweise glatte Oberflä-

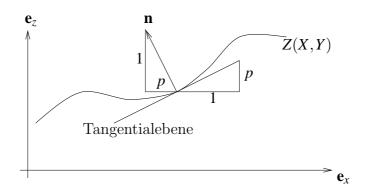


Abbildung 1.9: Tangentialebene und Normale einer Oberfläche

che <sup>3</sup> dargestellt. Die Frage, welche sich nun stellt, ist folgende: Inwieweit kann eine glatte Oberfläche überhaupt durch die Interpretation von Bilddaten rekonstruiert werden? Dazu soll die Abb. 1.10 betrachtet werden. Daraus ist ersichtlich, daß die diskrete Struktur des Bildsensors, i.e. die rechteckige Pixelmatrix, die Objektoberfläche mit einer Rasterung überzieht. Diese Rasterung entspricht der maximalen Auflösung durch das Kamerasystem. Das Bild ist eine ortsdiskrete (und auch wertdiskrete) Funktion. Jedes Pixelrechteck definiert durch Rückprojektion ein Flächenelement auf dem Objekt. Die in dem Pixel gemessene Lichtintensität ist proportional zur Strahldichte, welche von dem gesamten Flächenelement reflektiert wird. Unterschiede in der Strahldichte innerhalb des Flächenelements sind durch den Bildsensor nicht meßbar. Größen, welche durch die Bildinterpretation entstehen, sind somit nur dem Flächenelement als Ganzes zuzuordnen. Dies impliziert, daß die für ein Flächenelement berechnete Orientierung für das komplette Flächenelement gelten muß. Das bisher als gekrümmt angenommene Flächenelement ist nun ein ebenes Flächenstück (Oberflächenfacette). Die Oberfläche wird als polyedrisches Objekt repräsentiert. Polyedrische Objektoberflächen können in MATLAB einfach dargestellt werden; auch Texture Mapping ist auf einfache Art und Weise zu implementieren (siehe Abb. 1.11). Beim Texture Mapping wird das Bild des Körpers auf die 3D Struktur des Körpers projeziert. Die polyedrische Darstellungsform ist nicht zwingend. Eine andere Darstellungsform modelliert zum Beispiel die Oberfläche durch Splines (stückweise polynomiale Funktionen). Diese Form sollte allerdings nur verwendet werden, wenn durch Vorwissen bekannt ist, daß das Objekt eine glatte Oberfläche besitzt.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Eine stückweise glatte Oberfläche ist eine fast überall  $\mathcal{C}^1$  stetige Funktion, d.h. die erste Ableitung ist stetig.

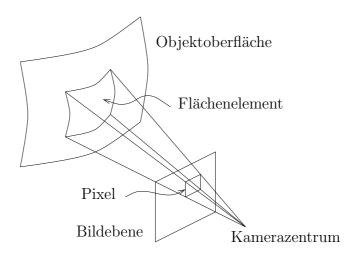


Abbildung 1.10: Rasterung der Oberfläche

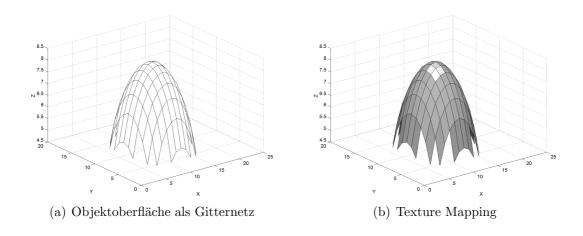


Abbildung 1.11: Objektdarstellung

#### 1.3.2 Lokale Rekonstruktion der Oberfläche

Die lokale Rekonstruktion der Oberfläche meint die Berechnung von Größen, welche den einzelnen Oberflächenelementen zugeordnet sind. Insbesondere werden darunter geometrische Größen verstanden, welche dann eine geometrische Rekonstruktion des Objektes erlauben. Die Geometrie eines Flächenelements ist durch die Lage, das heißt die Tiefe, und die Orientierung festgelegt. In Abschnitt 1.3.3 wird gezeigt, daß die absolute Tiefe des Objekts nicht zu rekonstruieren ist. Das liegt daran, daß durch eine photometrische Stereoanalyse keine absoluten Tiefenwerte berechnet werden können. Die relative Tiefe erhält man durch Integration über alle Flächenelemente. Die einzige geometrische Information eines Flächenelements ist somit dessen Orientierung. Daneben können einem Flächenelement

auch photometrische Größen wie die Albedo zugeordnet werden. Ein photometrischer Stereoansatz für beliebige Objekte erfordert die lokale Berechnung sowohl der Oberflächenorientierung wie auch der Albedo. Die lokale Rekonstruktion ist der erste Schritt zur globalen Rekonstruktion.

Bestimmung der Oberflächenorientierung Wie bereits erwähnt beschränken wir uns auf rein diffus reflektierende Oberflächen, also Lambert-Strahler. Wird die Fläche durch die Lichtquelle i bestrahlt, so gilt für die gemessene Lichtintensität nach dem Lambertschen Kosinusgesetz:

$$I_i = E_i \rho \cos(\theta_i) = E_i \rho \frac{\mathbf{l}_i^T \mathbf{n}}{\|\mathbf{l}_i\| \|\mathbf{n}\|}$$

Wie man sieht, enthält diese Gleichung drei Unbekannte, nämlich die Albedo  $\rho$  und die zwei Unbekannten für die Flächennormale  $\mathbf{n}$ . Es gibt zwei Möglichkeiten, die Flächennormale zu normieren. Zum einen kann die Länge der Flächennormalen zu eins gesetzt werden:  $\|\mathbf{n}\| = 1$ , oder die Tiefenkomponente (z-Komponente):  $\mathbf{n} = (p,q,1)^T$ . Die erstgenannte Form eignet sich besser zur Berechnung der Flächennormalen, während die letzte Normierung zu der Darstellung einer Oberfläche durch ein Nadeldiagramm führt. Die Bestrahlungsrichtungen durch die Lichtquellen sind in dem photometrischen Stereoaufbau bekannt. Es erweist sich als sinnvoll den normierten Beleuchtungsvektor und die Stärke der Lichtquelle zu einem einzigen Lichtvektor zusammenzufassen. Der Lichtvektor beschreibt somit die Richtung der Lichtquelle und die Stärke  $(E_i = \|\mathbf{l}_i\|)$ . Die Intensität im Bild schreibt sich nun wie folgt:

$$I_i = \rho \mathbf{l}_i^T \mathbf{n}$$

Die Beleuchtung Für die Berechnung der Oberflächenorientierung ist die Kenntnis der Beleuchtungsrichtung notwendig. Ein geeignetes Vorgehen, welches einfach zu implementieren und auch praktisch gut umsetzbar ist, ergibt sich folgendermaßen. Der Versuchsaufbau wird so angelegt, daß die Beleuchtungsrichtung über dem ganzen Objekt konstant und bekannt ist. Eine einheitliche Beleuchtungsrichtung erhält man dadurch, daß die Lichtquellen entfernt von der Szene positioniert wird. Dadurch fallen die Lichtstrahlen parallel auf die Szene. Die ideale Lichtquelle wäre die Sonne. Da unendliche Entfernungen im Labor nicht zu erreichen sind, wird die Entfernung so groß wie möglich gewählt und ein quasi Flächenstrahler verwendet (Ein normaler handelsüblicher Strahler erfüllt diese Bedingung bereits annähernd gut.). Die Beleuchtungsrichtung wird dann an dem Versuchsaufbau selbst ermittelt. Nicht parallel einfallende Strahlen würden sich dann ergeben, wenn die Lichtquellen punktförmig ist und nah zur Szene positioniert ist. Dann wäre die Beleuchtungsrichtung  $\mathbf{l}_i$  für jeden Objektpunkt unterschiedlich, da diese von den 3D Koordinaten dieses Punktes abhängt. Da

die Raumkoordinaten aber noch unbekannt sind, ist dies ein typisches Bootstrap-Problem.

Albedoabhängige Analyse Ist die Albedo bekannt, reduziert sich das Problem allein auf die Bestimmung der Flächennormalen. Dazu ist ein photometrischer Stereoaufbau mit zwei Lichtquellen nötig. Zwei Lichtquellen liefern die zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten, welche die Flächennormale beschreiben:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \frac{1}{\rho} = \begin{pmatrix} \mathbf{l}_1^T \\ \mathbf{l}_2^T \end{pmatrix} \mathbf{n}$$
 mit der Nebenbedingung  $\|\mathbf{n}\| = 1$ 

Da für diesen Ansatz die Albedo in jedem Bildpunkt bekannt sein muß, ist diese im vorhinein durch ein Experiment zu bestimmen. Dies ist aber eine mühselige Aufgabe und praktisch schwer durchführbar. Unter der Annahme einer konstanten Albedo für die gesamte Oberfläche wäre dieses Problem noch gut lösbar, da dann die Bestimmung der Albedo noch relativ einfach ist.

Albedounabhängige Analyse Wegen der oben erwähnten Problematik ist der Ansatz einer albedounabhängigen Analyse geeigneter und auch der einzig universelle in der praktischen Durchführung. Nun sind drei Unbekannte zu bestimmen und daher auch drei Lichtquellen für die photometrische Stereoanalyse notwendig. Man erhält folgendes zu lösendes Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix}
I_1 \\
I_2 \\
I_3
\end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix}
\mathbf{l}_1^T \\
\mathbf{l}_2^T \\
\mathbf{l}_3^T
\end{pmatrix} \mathbf{n} \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{I} = \rho \mathbf{L} \mathbf{n} \Leftrightarrow$$

$$\rho \mathbf{n} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{I}$$

 $\mathbf{L}$  hat vollen Rang, da die drei Beleuchtungsrichtungen linear unabhängig sind, und somit auch  $\mathbf{L}^{-1}$  existiert. Da  $\|\mathbf{n}\| = 1$  gilt, ist die Flächenormale und die Albedo eindeutig aus dem Vektor  $\rho \mathbf{n}$  zu bestimmen.

Nachdem das Schema der albedounabhängigen Analyse vorgestellt wurde, sollen die entscheidenden Aspekte dieses Ansatzes noch einmal deutlich hervorgehoben werden. Die albedounabhängigen Analyse benötigt im Gegensatz zur albedoabhängigen Analyse keine Kalibrierung des zu rekonstruierendenden Objekts. Das heißt, daß die Notwendigkeit zur Bestimmung der Reflexionseigenschaften, in Form der Albedo, an jedem Oberflächenpunkt nicht gegeben ist. Ohne vorangehende Experimente und zusätzlich eingebrachtes Vorwissen ist man in der Lage das Objekt zu rekonstruieren. Das Verfahren ist somit nicht nur elegant und vollständig, sondern auch praktisch gut einsetzbar. Welche Art von Objekten können nun mit diesem Verfahren analysiert werden? Alle Objekte, welche eine rein

diffus reflektierende Oberfläche aufweisen, sind geeignet. Teilweise spiegelnd reflektierende Oberflächen werden in Kapitel 1.3.6 behandelt. Weiterhin braucht die Oberfläche keine einheitliche Albedo zu besitzen. Anschaulich bedeutet dies, daß Punkte auf der Oberfläche in beliebigen Helligkeitsabstufungen erscheinen können.

**Gradientenkarte** Als bisheriges Ergebnis wurden die Oberflächennormalen mit der Normierung  $\|\mathbf{n}\|=1$  berechnet. Als abschließenden Schritt macht es Sinn die Oberflächennormalen in der Form  $\mathbf{n}=(p,q,1)^T$  zu normieren. Dazu gibt es zwei Gründe. Zum einen läßt sich das bisherige Ergebnis in dieser Form geeignet durch eine Gradientenkarte visualisieren, und zum anderen ist die Darstellung als Gradient Voraussetzung zu der weiterführenden globalen Rekonstruktion. In Abbildung 1.12 ist als Beispiel die Gradientenkarte des Objekts aus Abbildung 1.11 dargestellt.

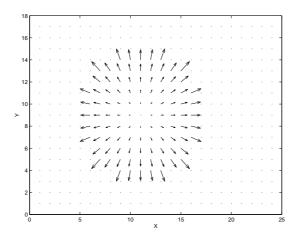


Abbildung 1.12: Gradientenkarte

Normiertes Intensitätsbild Wie in den vorangegangenen Abschnitten dargestellt wurde, ist die gemessene Intensität I von der Beleuchtungsgeometrie abhängig. Möchte man zum Beispiel Objekterkennung durchführen, so sind dazu Bilddaten besser geeignet, welche invariant gegenüber den Beleuchtungsverhältnissen sind. Die Albedo ist die Kenngröße, welche diese Bedingung erfüllt. Die Albedo ist eine photometrische Größe, welche spezifisch für einen Oberflächenpunkt ist. Ein normiertes oder beleuchtungsinvariantes Bild ist demnach das Bild der Albedo.

## 1.3.3 Globale Rekonstruktion der Oberfläche

## Integration der Tiefe

Das Ergebnis der lokalen Rekonstruktion ist eine Gradientenkarte. Hat man Kenntnis über die Ableitung einer Funktion, so kann man diese bis auf eine Integrationskonstante bestimmen. Die Integrationskonstante ist willkürlich und somit ist die absolute Tiefe des Objekts, was dem Abstand des Objekts zur Kamera entspricht, nicht zu bestimmen. Nur die relative Tiefe kann berechnet werden und somit die Geometrie des Objekt rekonstruiert werden. Dies ist das Ziel dieses Abschnittes.

Zuerst sollen noch einmal die Anforderungen betrachtet werden, welche an die Objektoberfläche bzw. die sie repräsentierende Funktion z(x,y) gestellt sind, damit ausgehend vom Gradientenfeld die Oberfläche rekonstruiert werden kann. In 1.3.1 wurde gezeigt, daß nur stetige Oberflächen in diesem Kontext in Frage kommen; sonst entstehen Mehrdeutigkeiten in der Rekonstruktion der Tiefe. Die lokale Rekonstruktion liefert den Gradienten  $(p,q)^T = (\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y})^T$ . Das totale Differential dz von z ist:

$$dz = \frac{\partial z(x,y)}{\partial x} dx + \frac{\partial z(x,y)}{\partial y} dy = p dx + q dy$$

Sei C eine Kurve in der xy-Ebene mit dem Anfangspunkt A und dem Endpunkt B, so lautet das Kurvenintegral:

$$z_B - z_A = \int_C \frac{\partial z(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial z(x, y)}{\partial y} dy = \int_C p dx + q dy$$

Es ist einsichtig, daß eine Integration von  $(p,q)^T$ , um die Oberflächenfunktion z zu erhalten, nur sinnvoll ist, wenn die Wegunabhägigkeit des Kurvenintegral gewährleistet ist. Das Kurvenintegral hängt dann nur von den Endpunkten ab und ist für unterschiedliche Kurven C identisch. Die Wegunabhängigkeit ist dann gegeben, wenn die Integrabilitätsbedingung gilt:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial x}$$
 und eingesetzt  $\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y \partial x}$ .

Da die Reihenfolge der partiellen Ableitung nach x oder y für eine stückweise  $\mathcal{C}^2$  Funktion keine Rolle spielt, ist obige Bedingung immer erfüllt. Man sagt, das Vektorfeld  $(p,q)^T$  ist ein konservatives Vektorfeld, da es der Gradient der Potentialfunktion z ist. Kurvenintegrale über konservativen Vektorfeldern sind immer wegunabhängig.

Der obige Ansatz muß nun auf diskrete Funktionen übertragen werden. In der Abbildung 1.13 sieht man eine ortsdiskrete Funktion z(x) als Schnitt durch die

Objektoberfläche. Die Oberflächennormalen und die Gradienten sind mit eingezeichnet.

Nehmen wir den Tiefenwert  $z_1$  an der Stelle  $x_1$  als gegeben an. Sei weiterhin der Abstand der Punkte auf der Abszisse eins. Dann gilt für den benachbarten Tiefenwert  $z_2$ :

$$z_2 = z_1 + \frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2}p_2 = z_1 + p_{1,2}$$

wobei die mittlere Ableitung zwischen Punkt 1 und Punkt 2 durch  $p_{1,2} = \frac{p_1 + p_2}{2}$  definiert wurde. Die Tiefe des Startwertes kann beliebig gewählt werden und wird deshalb im Folgenden zu null gesetzt. Sei C nun der Weg, um in dem diskreten zweidimensionalen Raster von Punkt A zu Punkt B zu gelangen. Dieser Weg beschränke sich auf senkrechte und waagerechte Schritte in dem Raster; diagonale Schritte seien also nicht zugelassen. Die auf diesem Weg überquerten Punkte sind von 0 bis k durchnumeriert. Muß von Punkt i zu Punkt i+1 in positive x-Richtung gegangen werden so gelte  $\Delta x_{i,i+1} = 1$  und in negative x-Richtung  $\Delta x_{i,i+1} = -1$ . Ist der Weg in y-Richtung orientiert, so gelte  $\Delta x_{i,i+1} = 0$ . Die entsprechenden Aussage seien für  $\Delta y_{i,i+1}$  genauso zutreffend. Allgemein läßt sich dann der Tiefenunterschied zwischen Punkt A und B folgendermaßen formulieren.

$$z_B - z_A = \sum_{i=0}^{k-1} p_{i,i+1} \Delta x_{i,i+1} + q_{i,i+1} \Delta y_{i,i+1}$$

Mit Hilfe obiger Formel läßt sich nun die Tiefe eines beliebigen Oberflächenpunktes, von einem Startwert ausgehend, bestimmen. Somit erhält man ein allgemeines Schema zu Rekonstruktion der Objekttiefe.

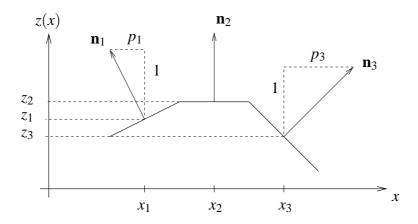


Abbildung 1.13: Ortsdiskrete Funktion und ihre Ableitung

#### Rekonstruktion der Tiefe

Das Schema zur Rekonstruktion der Tiefe beginnt mit einem Startpunkt. Prinzipiell ist dieser Punkt beliebig zu wählen. Der Fehler, welcher bei der Berechnung der Tiefe für einen bestimmten Punkt gemacht wird, wächst mit der Länge des Integrationsweges. Daher ist der Integrationsweg im Mittel möglichst klein zu halten. Sinnvoll ist es, den Startpunkt in der Mitte des zu rekonstruierenden Gebiets zu wählen (Schwerpunkt des Gebiets). Von diesem Punkt aus werden alle Punkte in einer 4er-Nachbarschaft <sup>4</sup> oder 8er-Nachbarschaft <sup>5</sup> bestimmt. Durch Integration wird die Tiefe an diesen benachbarten Punkte berechnet. In 1.3.3 wurde ein Schema zur Bestimmung der Tiefe für eine 4er-Nachbarschaft vorgestellt. Da, wie bereits erwähnt, ein möglichst kurzer Integrationsweg günstig ist, ist die Wahl der 8er-Nachbarschaft günstiger. Dadurch verkürzt sich der Integrationsweg für die schrägen Nachbarschaftspixel von 2 auf  $\sqrt{2}$ . In allen folgenden Iterationen werden von allen Randpunkten des bereits rekonstruierten Gebiets wiederum die Nachbarpunkte bestimmt und deren Tiefe berechnet. Der Algorithmus endet, wenn das komplette Gebiet rekonstruiert ist. Prinzipiell können mit diesem Verfahren auch nicht zusammenhängende Gebiete rekonstruiert werden. Es ist jedoch zu erwarten, daß bei nicht zusammenhängenden Gebieten Bruchstellen in der Rekonstruktion entstehen.

## 1.3.4 Hintergrundbeleuchtung

Alle bisherigen Berechnungen haben darauf gefußt, daß die Lichtquelle i, welche die gezielte Beleuchtung des Objekts erreichen soll, die einzige Lichtquelle ist, die zur Bestrahlung des Objekts beiträgt. Würde die Bildaufnahme in einem völlig abgedunkeltem Raum stattfinden, so wäre diese Voraussetzung erfüllt. Da man bei dem Versuch aber nicht im Dunkeln stehen möchte, wird noch eine weitere Lichtquelle vorhanden sein. Oft wird die direkte Beleuchtung sehr stark im Vergleich zur Hintergrundbeleuchtung gewählt, so daß deren Beitrag vernachlässigbar ist. Ein Fehler wird aber immer entstehen.

Wie bereits gesehen, ist ein Bild, welches unter der Summe von Beleuchtungen entstanden ist, die Summe der Bilder unter Einzelbeleuchtung. Sei  $I_i^{org}$  das von der Kamera aufgenommene Bild unter der gezielten Beleuchtung i. Sei  $I_0^{org}$  das aufgenommene Bild, welches nur durch die Hintergrundbeleuchtung entstanden ist. Das Bild  $I_i$ , welches einzig und allein durch die Beleuchtung der Quelle i entstehen würde ist dann:

$$I_i = I_i^{org} - I_0^{org}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Die 4er-Nachbarschaft eines Punktes ist gegeben durch die vier Punkte, welche oberhalb, unterhalb, rechts und links von diesem Punkt liegen.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die 8er-Nachbarschaft eines Punktes ist durch alle acht umgebenden Punkte definiert.

Die Hintergrundbeleuchtung verursacht also einen Offset, welcher vor der Weiterverarbeitung der Bilder abgezogen werden muß.

## 1.3.5 Schattengebiete

Im vorangegangenen Abschnitt wurde das Schema zur Rekonstruktion eines Objekts mittels photometrischem Stereo vorgestellt. Dabei wurde bisher nicht auf die Frage eingegangen, welcher Bereich der Objektoberfläche überhaupt rekonstruiert werden kann. Voraussetzung zur Rekonstruktion ist, daß alle 3 Lichtquellen die Oberfläche beleuchten. Die albedounabhängige Analyse kann nur für Oberflächenpunkte durchgeführt werden, welche von allen 3 Lichtquellen bestrahlt werden. Liegt der Punkt in einem Schattengebiet mindestens einer Lichtquelle, so kann die Analyse nicht durchgeführt werden. Daher ist es notwendig, daß die Schattengebiete aller Lichtquellen bestimmt werden. Der Schattenbereich einer Lichtquelle ist die Menge aller Bildpunkte, in denen kein Licht gemessen wird, die also schwarz sind. Das impliziert natürlich, daß Objektpunkte, welche eine Albedo von null haben, dem Schatten zugeordnet werden. In der Praxis kann diese Definition des Schattens nicht so streng angewendet werden, da durch die Umgebung des Meßaufbaus immer eine geringe Lichtmenge auf das Objekt reflektiert wird. Daher werden Punkte als Schatten markiert, welche eine gemessene Helligkeit aufweisen, die unter einem Schwellwert liegt. Der Schwellwert ist in der Größenordnung von Prozent der maximalen Intensität anzusetzen. Das von der Lichtquelle i beleuchtete Gebiet sei mit  $\mathcal{D}_i$  bezeichnet. Das Gebiet  $\mathcal{D}$ , über dem das Objekt rekonstruiert werden kann, ist die Schnittmenge aller beleuchteten Gebiete:

$$\mathcal{D} = \bigcap_{i} \mathcal{D}_{i}$$

## 1.3.6 Rekonstruktion hybrider Oberflächen

Die Gleichung für die Bildintensität bei von hybriden Oberflächen reflektiertem Licht lautete bei Beleuchtung durch die Lichtquelle i:

$$I^{i} = \rho_{D} \cos(\theta_{i}^{i}) + \rho_{S} \exp(-\frac{\alpha^{i^{2}}}{\sigma^{2}})$$

Diese Gleichung besitzt insgesamt fünf Unbekannte. Mit einem photometrischem Stereoansatz mit fünf Lichtquellen könnten die geometrischen und photometrischen Größen jedes Oberflächenelements berechnet werden, da dann fünf Gleichungen für die fünf Umbekannten zur Verfügung stehen. Ist das Hauptziel die geometrische Rekonstruktion des Objekts, so reicht ein 4-Lichtquellen photometrischer Stereoaufbau aus. Dies liegt in folgender Überlegung begründet. Die spie-

gelnde Komponente  $I_S^i$  der Lichtintensität  $I^i$  ist stark richtungsabhängig und liefert nur dann einen zu berücksichtigenden Beitrag, wenn für den Neigungswinkel gilt  $\alpha^i \approx 0$ . Man nehme an, die i-te Lichtquelle produziere an dem betrachteten Oberflächenelement ein Glanzlicht. Dann bringt die j-te Lichtquelle nur dann ein Glanzlicht hervor, wenn gilt:  $I^{\prime} \approx I^{\prime}$ . In einem photometrischem Stereoaufbau werden die Lichtquellen so plaziert, daß sie einerseits einen maximalen Bereich des Objekt beleuchten, sie andererseits aber auch möglichst unterschiedliche Bestrahlungsrichtungen aufweisen. Im Abschnitt 1.3.2 wurde gezeigt, das Voraussetzung für die Berechnung der Oberflächennormalen die lineare Unabhängigkeit der Vektoren  $\mathbf{l}^{\prime}$  ist. Eine hohe Genauigkeit der Berechnung wird dann erreicht, wenn die Winkel zwischen den Bestrahlungsrichtungen groß sind. Daraus folgt nun, daß es immer nur eine Lichtquelle gibt, welche an einem Oberflächenpunkt eine Glanzlicht produziert. Weiterhin bedeutet dies, daß es bei 4-Lichtquellen photometrischem Stereo immer drei Lichtquellen gibt, welche an einem Oberflächenpunkte diffus reflektiertes Licht bewirken. Damit ist die Möglichkeit gegeben die Geometrie der Oberfläche nach demselben Schema zu rekonstruieren wie es für diffus reflektierende Oberflächen beschrieben wurde. Der einzige Punkt, welcher nun noch hinzugenommen werden muß, ist die Bestimmung der drei Lichtquellen, welche kein Glanzlicht bewirken. Die Natur der spiegelnden Reflexion ist derart, daß in der Mitte eines Glanzlichtes der spiegelnde Anteil  $I_S$  wesentlich größer als der diffuse Anteil  $I_D$  ist. Führt eine der drei Lichtquellen zu einem Glanzlicht, so wird die daraus berechnete Albedo  $\rho$  einen wesentlich höheren Wert als die diffuse Albedo  $\rho_D$  annehmen. Man wählt daher diejenigen Lichtquellen i, j, k aus, für die gilt:

$$\rho^{i,j,k} = \min(\rho^{1,2,3}, \rho^{1,2,4}, \rho^{1,3,4}, \rho^{2,3,4})$$

# 1.4 Aufgaben

Die mit einem Stern \* gekennzeichneten Aufgaben sind optional.

## 1.4.1 Theoretischer Teil

## Beleuchtungsmodelle

**Aufgabe 1:** Beschreiben Sie die Bedeutung der Albedo.

Aufgabe 2: Geben Sie die Abhängigkeit der diffus reflektierten Strahldichte von den geometrischen Parametern wie Beleuchtungsrichtung, Flächenorientierung und Blickrichtung an.

Zeichnen Sie qualitativ die diffus reflektierte Strahldichte als Funktion des

- Einfalls- bzw. Beobachtungswinkels.
- Aufgabe 3: Geben Sie die Abhängigkeit der ideal spiegelnd reflektierten Strahldichte von den geometrischen Parametern wie Beleuchtungsrichtung, Flächenorientierung und Blickrichtung an.
  - Zeichnen Sie qualitativ die spiegelnd reflektierte Strahldichte als Funktion des Beobachtungswinkels für Einfallswinkel von  $0^{\circ}$  und  $30^{\circ}$ . Flächennormale und einfallender bzw. reflektierter Strahl liegen dabei in einer Ebene.
- Aufgabe 4: Welcher Farbe entspricht das diffus bzw. spiegelnd reflektierte Licht? Überlegen Sie sich ausgehend von diesem Ergebnis eine Möglichkeit zur Detektion von Glanzlichtern.
- **Aufgabe 5:** Welche Größe modelliert die Oberflächenrauhheit?
- **Aufgabe 6:** Für welche geometrischen Konfigurationen gilt der Ausdruck für die Bildintensität bei hybrider Reflexion, bzw. für welche Konfigurationen gilt er nicht?

## **Photometrisches Stereo**

- Aufgabe 7\*: Bei der schwach-perspektivischen Projektion ist nur ein bestimmter Teil des Raumes für die Kamera sichtbar. Welche Gestalt hat dieser Bereich? Geben Sie die Bedingung für einen Punkt an, welcher an der Grenze dieses sichtbaren Bereichs liegt. Wie lautet der Skalierungsfaktor für die Rekonstruktion des Körpers in Raumkoordinaten?
- **Aufgabe 8\*:** Stellen Sie sich eine Halbkugel als Funktion z(x,y) mit dem Radius r vor. Die Schnittfläche der Halbkugel liegt in der xy-Ebene. Bilden Sie das Vektorfeld des Gradienten  $\nabla z = (\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y})^T$
- Aufgabe 9\*: Wieso wird der Körper in Form eines Polveders repräsentiert?
- **Aufgabe 10:** Wieso kann durch photometrisches Stereo nicht die absolute Tiefe ermittelt werden?
- **Aufgabe 11:** Warum hat die albedoabhängige Analyse keine große praktische Relevanz?
- Aufgabe 12: Warum sollten alle Lichtquellen möglichst verschiedene Bestrahlungsrichtungen aufweisen? Wieso ist andererseits möglichst ähnliche Bestrahlungsrichtung parallel zur Kamera wünschenswert?
- Aufgabe 13: Geben Sie die beiden unterschiedlichen Möglichkeiten der Normierung des Flächennormalenvektors und deren Verwendung an.
- Aufgabe 14: Welchen Startpunkt für die globale Rekonstruktion wählt man

günstigerweise und weshalb? Inwieweit ist der Integrationsweg für die globale Rekonstruktion entscheidend, wenn von gegebenem Startpunkt zu gegebenem Endpunkt integriert werden soll?

Aufgabe 15: Beschreiben Sie photometrisches Stereo für partiell glänzende Oberflächen.

## 1.4.2 Praktischer Teil

## Beleuchtungsmodelle

Aufgabe 1: Implementieren Sie das Reflexionsmodell für hybride Oberflächen. Benutzen Sie dazu die Vorgabe in der MATLAB-Funktion reflexion\_template.m, nachdem Sie diese umbenannt haben in reflexion.m. Ein Beispiel für die Eingabeparameter kann unter Zuhilfenahme der Funktionen halbkugel, gradientM und ones erzeugt werden.

Aufgabe 2: Generieren Sie Bilder für verschiedene Körper, Oberflächen und Beleuchtungsrichtungen und beobachten Sie die Veränderungen im Bild. Hierzu steht mit beleuchtungsmodelle eine graphische Bedienoberfläche zur Verfügung, die das Reflexionsmodell verwendet.

#### Photometrisches Stereo - I

Aufgabe 3: Implementieren Sie die Berechnung der Oberflächenorientierung und der Albedo aus einem gegebenen Satz von Bildern und Beleuchtungsrichtungen (lokaleRekonstruktion). Eine Vorlage befindet sich in lokale-Rekonstruktion\_template.m. Die Umsetzung soll sowohl für diffus wie auch partiell spiegelnd reflektierende Objekte erfolgen. Mit der Funktion tiefenRekonstruktion kann anschließend aus dem Gradientenfeld die Tiefe des Objekts berechnet werden.

Aufgabe 4\*: Interessant ist, den Fehler der Rekonstruktion zu analysieren (tiefenfehler). Addieren Sie dazu Rauschen (randn) unterschiedlicher Größe auf die künstlich generierten Bilder und beobachten Sie den Fehler in der Tiefenrekonstruktion.

Aufgabe 5: Beobachten Sie den Einfluß der Beleuchtungsrichtungen auf die Schattengebiete und die Rekonstruktionsgenauigkeit.

## Kalibrierung der Beleuchtung

Photometrisches Stereo kann nur angewendet werden, wenn die Beleuchtung bekannt ist. Die Beleuchtung kann z.B. dadurch bestimmt werden, daß das Verfahren des photometrischen Stereos invertiert wird; dabei wird ein Probekörper beleuchtet, dessen Geometrie und photometrischen Eigenschaften bekannt sind.

Hier wird zur Bestimmung der Beleuchtungsrichtung eine glänzende Billardkugel benutzt und die Helligkeit der Lichtquellen separat ermittelt.

Aufgabe 6: Plazieren Sie die Billiardkugel auf weißem Papier. Eine eingeschaltete Lichtquelle erzeugt einen Glanzpunkt auf der Kugel. Stellen Sie die Blende so ein, daß nur dieser Glanzpunkt die maximale Pixelintensität erreicht. Nehmen Sie für die vier Lichtquellen jeweils ein Bild der entsprechend beleuchteten Billiardkugel auf. Ermitteln Sie die Lichtrichtungen aus den Schwerpunkten der Glanzpunkte und der Kreiskontur (lightDirections).

Aufgabe 7: Neben der Richtung der Lichtquellen ist auch noch die Helligkeit bzw. die Entfernung der Lichtquellen für photometrisches Stereo notwendig. Beleuchten Sie dazu entsprechend ein weißes Blatt und führen Sie Bildaufnahmen durch. Bestimmen Sie die Lichtintensitäten mittels lightIntensities und skalieren Sie die Lichtrichtungen mit diesen Helligkeiten. Beachten Sie, daß die Hintergrundhelligkeit berücksichtigt werden muß.

## Photometrisches Stereo - II

Aufgabe 8: Nachdem die Lichtquellen kalibriert sind, können nun reale Szenen mittels photometrischem Stereo vermessen werden. Bewerten Sie die Ergebnisse von unterschiedlichen Körpern insbesondere in Bezug auf deren Oberfläche. Hinweise: Mittels imread und zweifachem resample können die Bilder eingelesen und z.B. um den Faktor 4 verkleinert werden. Ausschneiden eines interessanten Bereichs ist mit ginput möglich. Das Kommando surf (T,Rho) liefert ein Bild, bei dem zusätzlich die Albedo Rho auf die rekonstruierte Oberfläche T projeziert wird.

# Literaturverzeichnis

- [1] R. M. Haralick and L G. Shapiro. *Computer and Robot Vision*. Addison Wesley, 1993.
- [2] B. K. P. Horn. Computer Vision. MIT Press, 1986.
- [3] X. Jiang and H. Bunke. Dreidimensionales Computersehen. Springer, 1997.
- [4] R. Klette, A. Koschan, and K. Schlüns. *Computer Vision*. Vieweg Technik, 1996.
- [5] S. K. Nayar, K. Ikeuchi, and T. Kanade. Surface reflection: physical and geometrical perspectives. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, 13(7):611–634, July 1991.
- [6] S. K. Nayar and M. Oren. Generalization of the lambertian model and implications for machine vision. *International Journal of Computer Visio*, 14:227–251, 1995.